

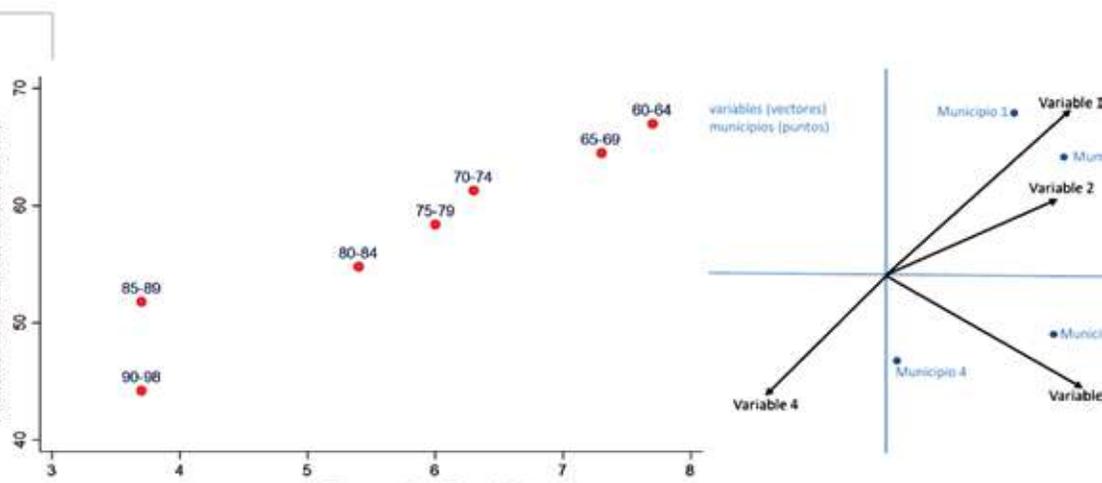
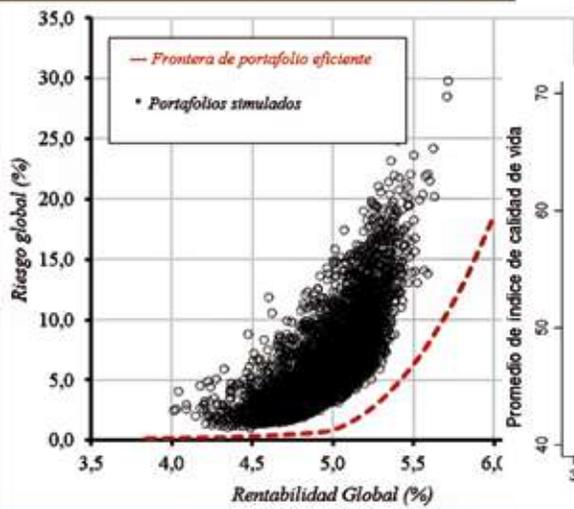


Universidad Mayor de San Andrés
 Facultad de Ciencias Puras y Naturales
 Carrera de Estadística
 Instituto de Estadística Teórica y Aplicada

Varianza No 23

Revista del Instituto de Estadística Teórica y Aplicada

ISSN 2789-3510



UMSA
 FCPN
 CARRERA
 ESTADÍSTICA



$$\begin{aligned}
 &= E[(x - \mu)^2] \\
 &= E[x^2 - 2x\mu + \mu^2] \\
 &= E[x^2] - 2\mu E[x] + \mu^2 \\
 &= E[x^2] - 2\mu^2 + \mu^2 \\
 &= E[x^2] - \mu^2 \\
 &= E[x^2] - E[x]^2
 \end{aligned}$$



Varianza

Revista de Investigación Científica del
Instituto de Estadística Teórica y Aplicada

Número 23
Abril, 2024
La Paz - Bolivia

Universidad Mayor de San Andrés
Facultad de Ciencias Puras y Naturales
Carrera de Estadística
Instituto de Estadística Teórica y Aplicada (I.E.T.A.)

ISSN 2789-3510 VERSIÓN IMPRESA
ISSN 2789-3529 VERSIÓN EN LÍNEA

DEPÓSITO LEGAL
4-1-285-2021 P.O.

REVISTA VARIANZA
Nº 23 - Abril, 2024

DIRECTOR CARRERA DE ESTADÍSTICA
Ph. D. Juan Carlos Flores López

DIRECTOR INSTITUTO DE ESTADÍSTICA TEÓRICA Y APLICADA
Dr(c) Ramiro Coa Clemente

DIAGRAMACIÓN Y DISEÑO
M. Zulema Vargas Cerrudo

Los artículos presentados son entera responsabilidad de los autores

VISIBILIDAD: REVISTAS BOLIVIANAS



La Paz - Bolivia
Edificio Bloque FCPN - Campus Cota Cota
Teléfonos: 2612824 -2612844
Email: ieta@umsa.bo
Página web: <https://ojs.umsa.bo/ojs/index.php/revistavarianza>

COMITÉ EDITORIAL

EDITOR

Ramiro Coa Clemente, Dr(c)

(Estadístico, Demógrafo)

Universidad Mayor de San Andrés, Carrera de Estadística

Director del Instituto de Estadística Teórica y Aplicada

La Paz, Bolivia

E-mail: *rcoa@fcpn.edu.bo*

COMITÉ CIENTÍFICO INTERNACIONAL

Lizbeth Román Padilla, Ph.D.

(Estadístico)

Universidad Anáhuac (Norte)

Ciudad de México, México

E-mail: *lizroman@hotmail.com*

Yolanda M. Gómez Olmos, Dra.

(Estadístico)

Universidad de Atacama

Atacama, Chile

E-mail: *yolanda.gomez@uda.cl*

Omar Chocotea Poca, Dr.

(Estadístico)

Universidad de Santiago de Chile

Santiago, Chile

E-mail: *omar.chocotea@usach.cl*

Luz Mery González García, Ph.D.

(Estadístico)

Universidad Nacional de Colombia

Bogotá, Colombia

E-mail: *lgonzalezg@unal.edu.co*

Martha Patricia Bohorquez Castañeda, Ph.D.

(Estadístico)

Universidad Nacional de Colombia

Bogotá, Colombia

E-mail: *mpbohorquezc@unal.edu.co*

Adriana D'Amelio, Mg.

(Estadístico)

Universidad Nacional de Cuyo

Mendoza, Argentina

E-mail: *estat06@hotmail.com*

Diego Gallardo Mateluna, Dr.

(Estadístico)

Universidad de Atacama

Atacama, Chile

E-mail: *estat06@uda.cl*

COMITÉ CIENTÍFICO NACIONAL

María Eugenia Aparicio Torrico, M.Sc.

(Economista)

Universidad Autónoma Juan Misael Saracho UAJMS

Tarija – Bolivia

E-mail: *apariciouajms@gmail.com*

Arminda Flora Casso Lisarazu, M.Sc.

(Economista)

Universidad Autónoma Juan Misael Saracho UAJMS

Tarija – Bolivia

E-mail: *armindacasso@gmail.com*

PRESENTACIÓN

El Instituto de Estadística Teórica y Aplicada (IETA), dependiente de la Carrera de Estadística de la Universidad Mayor de San Andrés, tiene el agrado de compartir con la población en general y en particular con el mundo académico la edición N° 23 de la Revista Científica Varianza.

En esta ocasión se presentan tres artículos originales. Ordenados alfabéticamente, en el primer artículo, luego de construir un índice de calidad de vida en la vejez, se procede a analizar las desigualdades en cuanto a la calidad de vida de los adultos mayores bolivianos considerando diversas características demográficas y socioeconómicas. Además de observar brechas muy amplias en cuanto a la calidad de vida, se tiene evidencia estadística de que un mayor nivel de educación logrado en edades relativamente jóvenes viabiliza una mejor calidad de vida en la vejez. En el segundo artículo, se busca incrementar el rendimiento de los fondos de pensiones en Bolivia optimizando el portafolio de inversiones mediante el modelo de Markowitz y el algoritmo de Goldfarb-Idnani. Con este procedimiento, se logró incrementar el rendimiento de los fondos de pensiones de 3.36 a 6 por ciento. Se advierte, sin embargo, que se tiene limitaciones en el mercado de renta fija en Bolivia y otros riesgos más allá de las bajas rentabilidades. Por último, en el tercer artículo, se conforman conglomerados de municipios en Bolivia en función del grado de cumplimiento de los Objetivos de Desarrollo Sostenible mediante la técnica HJ-Biplot. Los municipios más grandes del país tienden a tener mayor cumplimiento de los Objetivos con relación a los más pequeños.

Agradecemos de sobremanera al grupo de profesionales tanto internacionales como nacionales que conforman el Comité Científico de la Revista Varianza por su valiosa colaboración en la revisión de los artículos publicados así como a los autores de cada uno de los tres artículos por publicar en nuestra Revista Científica.

Por último, invitamos a visitar en la Web la nueva página de la Revista Varianza a través de la siguiente dirección electrónica:

<https://ojs.umsa.bo/ojs/index.php/revistavarianza>



Dr(c) Ramiro Coa Clemente

DIRECTOR INSTITUTO DE ESTADÍSTICA TEÓRICA Y APLICADA

ÍNDICE

Artículos originales

Desigualdades en calidad de vida de los adultos mayores bolivianos.

La educación un factor clave

Autores: Ramiro Coa Clemente y Patricia Loza Cruz 1

Optimización de Portafolios de Markowitz para los Fondos de Pensiones en Bolivia

Autor: Ronal Edwin Condori Huanca 21

HJ-Biplot como metodología exploratoria para el análisis multidimensional de los objetivos de desarrollo sostenible (ODS) a nivel municipios en Bolivia

Autor: Carlos Fernando Silva Viamonte 29

Instrucciones para autores 57

DESIGUALDADES EN CALIDAD DE VIDA DE LOS ADULTOS MAYORES BOLIVIANOS. LA EDUCACIÓN UN FACTOR CLAVE

INEQUALITIES IN QUALITY OF LIFE OF BOLIVIAN ELDERLYS. THE EDUCATION A KEY FACTOR

Ramiro Coa Clemente¹

Instituto de Estadística Teórica y Aplicada, Universidad Mayor de San Andrés, La Paz-Bolivia

✉ clementeco@gmail.com

Patricia Loza Cruz²

Instituto Nacional de Estadística, La Paz-Bolivia

✉ lcruzpatricia@gmail.com

Artículo recibido: 26/02/2024

Artículo aceptado: 26/03/2024

RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo analizar las desigualdades en calidad de vida de los adultos mayores bolivianos a partir de un índice de calidad de vida. Con base en un conjunto de indicadores generados con datos de la encuesta de hogares realizada por el Instituto Nacional de Estadística en el año 2021, indicadores enmarcados en la propuesta teórica-metodológica del Centro Latinoamericano y Caribeño de Demografía, y con el uso de la técnica de componentes principales, se construyó un índice de calidad de vida en la vejez. El índice refleja notables desigualdades en calidad de vida de los adultos mayores. La calidad de vida para el quintil superior es más del doble que para el quintil inferior; disminuye a medida que incrementa su edad, aumenta cuando incrementa su ingreso y sube notablemente cuando aumenta la educación del adulto mayor. El análisis causal revela que la educación del adulto mayor lograda cuando era relativamente joven tiene un impacto muy importante para la calidad de vida en su vejez, mucho más que el de su ingreso, por lo que mayor nivel de educación viabiliza mejor calidad de vida en la vejez. Se recomienda que las políticas y programas orientadas a mejorar la calidad de vida en la vejez deban tomar en cuenta estas desigualdades y que en futuros estudios sobre el tema se obtenga información sobre autopercepción de la calidad de vida.

Palabras clave: Índice de calidad de vida, Vejez, Componentes principales, Educación.

ABSTRACT

This research aims to analyze inequalities in quality of life of older Bolivians from a quality of life index. Based on a set of indicators generated with data from the household survey carried out by the National Institute of Statistics in 2021, indicators framed in the theoretical-methodological proposal of the Latin American Demographic Center, and with the use of the main components technique, an index of quality of life in old age was built. The index reflects significant inequalities in the quality of life of elderly. The quality of life for the upper quintile is more than double that of the lower quintile, decreasing as its age increases, increasing as its income increases and rising markedly as the education of the elderly increases. The causal analysis reveals that the education of the older adult achieved when he was relatively young has a very important impact on the quality of life in his old age, much more than that of his income, so that higher level of education enable a better quality of life in old age. It is recommended that policies and programmes aimed at improving the quality of life in old age should take these inequalities into account and that future studies on the subject should provide information on self-perception of the quality of life.

Keywords: Quality of life index, Old age, Main components, Education.

¹ Director del Instituto de Estadística Teórica y Aplicada, UMSA. Ex-Director de Investigación en la Unidad de Análisis y Política Social de Bolivia. Ex-Director Nacional de la Encuesta de Demografía y Salud. M.Sc. Estadística, Pontificia Católica de Chile. Mag. Demografía, Centro Latinoamericano de Demografía. Candidato a Doctor en Demografía, Universidad Federal de Minas Gerais. ORCID: [0000-0002-2955-0204](https://orcid.org/0000-0002-2955-0204).

² Licenciada en Estadística. Especialidad en Evaluación de Impacto de Programas Sociales. Maestría en Ciencia de Datos. Consultora de instituciones públicas y privadas en análisis estadístico. ORCID: [0009-0009-6633-6264](https://orcid.org/0009-0009-6633-6264).

1. INTRODUCCIÓN

El envejecimiento de la población es la principal tendencia demográfica a nivel mundial (Bloom y Zucker, 2023). Definida como el aumento progresivo de la proporción de personas de 60 años y más con respecto a la población total, el envejecimiento de la población es consecuencia de la evolución de los componentes del cambio demográfico, concretamente de la fecundidad y mortalidad (CELADE-CEPAL, 2006). Tal evolución - caracterizado típicamente por un gradual y secuencial descenso de los elevados niveles de mortalidad y fecundidad, conocido como transición demográfica - es consecuencia, entre otros, de los cambios socioeconómicos y de los significativos progresos en materia de medicina, cambios que permiten una mayor supervivencia y, por consiguiente, el incremento de la esperanza de vida.

La población boliviana no es ajena a esa tendencia mundial de envejecimiento. En efecto, de acuerdo a los datos del Instituto Nacional de Estadística (INE, 2021), entre los años 2012 y 2022, el porcentaje de población adulta mayor - la de 60 años y más - se incrementó de 9.1 a 10.6 por ciento. Este incremento relativo, en términos absolutos representa el cambio de 939.099 en 2012 a 1.267.190 en 2022, un incremento de 328.091 adultos mayores en un periodo de 10 años. Para 2050, la población de 60 años y más se estima en 3.200.002 personas, lo que significa que en el periodo de 2022 a 2050 se adicionarán aproximadamente otras 1.932.812 personas en este grupo etario³. Otra forma de evaluar el proceso de envejecimiento es a través de la esperanza de vida a los 60 años de edad, indicador que

muestra el número medio de años en que realmente se extiende la sobrevivencia de la población en este tramo de edad. Dado que este indicador no está publicado, se recurre a la esperanza de vida al nacer. Según los datos publicados por el INE (2021), entre 2012 y 2022 la esperanza de vida al nacer pasó de 69.3 a 74.4 años, respectivamente, lográndose una ganancia de 5.1 años⁴ en un periodo de 10 años. Dado que en el país, en los próximos años se incrementará gradualmente el número de personas adultas mayores y, a la vez, se ampliará progresivamente su tiempo de sobrevivencia, es importante comenzar a comprender sus particularidades desde diferentes ópticas a fin de planificar y garantizar una calidad de vida digna para este segmento de la población.

Existe un amplio consenso en la literatura científica acerca de la complejidad y la multidimensionalidad que conlleva el concepto de calidad de vida en la vejez (Rodríguez et al., 2011). Este concepto tiene un carácter multidimensional por tener un estrecho vínculo con muchos ámbitos de la vida. Aspectos sociales, económicos, culturales, políticos, medioambientales, e incluso tecnológicos, tienen relación con la calidad de vida en la vejez. La situación de salud de las personas adultas mayores, la calidad y cantidad de los servicios de salud ofertados, la seguridad económica en edades avanzadas, las costumbres practicadas en contextos específicos, las condiciones habitacionales y el acceso a la información son algunos de esos aspectos que, de una u otra manera, están vinculadas con la calidad de vida en la vejez. Por otra parte, la complejidad del concepto de calidad de

³ Para 2050, el INE proyecta 16.010.008 habitantes en Bolivia. En ese año, según la Fundación Jubileo, la población de 60 años y más representará el 20 %. Luego, la población adulta mayor estimada para 2050 asciende a 3.202.002 personas. <https://jubileobolivia.org.bo/Publicaciones/Desarrollo-Humano/Bolivia-presenta-una-estructura-joven-con-una-edad-media-de-23-anos>

⁴ El INE estima para 2022 una esperanza de vida al nacer de 74.4 años, mientras la CEPAL estima para 2050 una esperanza de vida al nacer inferior, 73.6 años. Existe una gran incoherencia entre ambas estimaciones. <https://repositorio.cepal.org/server/api/core/bitstreams/b11d609e-f264-4828-bfe0-7358942e69f5/content>

Desigualdades en calidad de vida de los adultos mayores bolivianos.

La educación un factor clave

vida radica en las múltiples formas en las que interactúan las distintas dimensiones. Una persona en la vejez puede valorar mucho más algunas dimensiones o ámbitos de la vida a la hora de evaluar su calidad de vida con relación a la valoración que haga otra persona de este mismo segmento de edad acerca de su calidad de vida. No todo lo que implica mejor calidad de vida para un adulto mayor también representa mejor calidad de vida para otro adulto mayor. Por ello, el concepto de calidad de vida tiene un fuerte componente subjetivo. Algunas definiciones de calidad de vida enfatizan este enfoque subjetivo, por ejemplo, la Organización Mundial de la Salud define la calidad de vida como la “percepción que tiene un individuo de su posición en la vida en el contexto de la cultura y los sistemas de valores en los que vive y en relación con sus objetivos, expectativas, estándares e inquietudes” (OMS, 2012).

Otras definiciones de calidad de vida consideran tanto las condiciones subjetivas (relativas a la valoración o la apreciación que el sujeto tiene sobre distintas condiciones de la vida) como objetivas (esas mismas condiciones pero evaluadas de forma independiente al sujeto) (Fernández R., 1997). Por ejemplo, según Cummins *et al.* (1998), “la calidad de vida es a la vez objetiva y subjetiva. Los dominios objetivos comprenden medidas culturalmente relevantes del bienestar objetivo. Los dominios subjetivos comprenden la satisfacción del dominio ponderada por su importancia para el individuo”. Ambos enfoques, el objetivo y el subjetivo, parecen complementarse. En efecto, “ambos tipos de condiciones [objetivas y subjetivas] son ineludibles a la hora de dar cuenta de la calidad de vida de un determinado sujeto o grupo de sujetos” (Fernández R., 1997). Por ejemplo, el número de personas que apoyan

a un adulto mayor en su cuidado es una información objetiva, la cual se complementa con la información subjetiva del adulto mayor acerca de la satisfacción de ese apoyo.

Reducir las desigualdades en la calidad de vida de los adultos mayores es parte fundamental del décimo objetivo de desarrollo sostenible adoptado por las Naciones Unidas para el periodo 2015-2030. Para una lucha efectiva en la reducción de las desigualdades es necesario identificar los grupos de adultos mayores con los niveles más bajos de calidad de vida y las causas que condujeron a esos niveles o identificar las causas por las que algunos grupos de adultos mayores tienen aceptables niveles de calidad de vida. Es muy probable que los efectos de las desigualdades en oportunidades de acceso a educación, salud, empleo e ingresos se hayan acumulado en el tiempo y, como resultado final, la actual calidad de vida de muchos de los adultos mayores sea producto de esas desigualdades en el pasado.

Con el propósito de coadyuvar en el diseño y la implementación de las políticas públicas orientadas a mejorar las condiciones de vida y, por ende, mejorar la calidad de vida de los adultos mayores, que por derecho les corresponde, esta investigación tiene el objetivo de estudiar las desigualdades en cuanto a calidad de vida de los adultos mayores a partir de un índice de calidad de vida. Es importante recordar que en Bolivia se reconoce que “todas las personas adultas mayores tienen derecho a una vejez digna con calidad y calidez humana, a una renta vitalicia de vejez, a la protección, atención, recreación, descanso y ocupación social, de acuerdo con sus capacidades y posibilidades; prohibiendo y sancionando toda forma de maltrato, abandono, violencia y discriminación”⁵.

⁵ Constitución Política del Estado, 2009. <http://www.planificacion.gob.bo/uploads/marco-legal/nueva-constitucion-politica-del-estado.pdf>

2. MÉTODOS E INFORMACIÓN

2.1 Información

En Bolivia no se tiene información oficial acerca de la valoración subjetiva de los adultos mayores con relación a su calidad de vida. Es claro que la carencia de esta información subjetiva impide una comprensión holística de las condiciones externas en la vida de los adultos mayores y de sus valoraciones intrínsecas que tienen sobre sus condiciones de vida. Por tal razón, en este estudio, la construcción del índice de calidad de vida en la vejez se basa únicamente en el enfoque objetivo de las condiciones de vida.

La Comisión Económica para América Latina, a través de su División de Población, ha propuesto como herramienta teórico-metodológica para medir la calidad de vida en la vejez, tres ámbitos o dimensiones: (i) seguridad

económica, (ii) salud y bienestar, y (iii) entornos favorables (CELADE - CEPAL, 2006). A su vez, cada una de estas dimensiones consta de varios subámbitos o subdimensiones. Además de estas tres dimensiones, en el presente estudio se ha incorporado una cuarta dimensión: (iv) las tecnologías de información y comunicación (TIC). La disponibilidad y el uso de las TIC permite a los adultos mayores ampliar su desarrollo individual y social y, en consecuencia, optimizar su calidad de vida.

En el Cuadro 1 se muestran, para cada una de las cuatro dimensiones, tanto el número de indicadores analizados como el número de indicadores efectivamente usados para la construcción del índice de calidad de vida. Se analizaron 51 indicadores; sin embargo, debido a que muchos de ellos no aportaron información adicional, el índice final de calidad de vida se basa en 32 indicadores. En el [Cuadro 1A](#) del anexo se presentan

Cuadro 1
Número de indicadores para construir el índice de calidad de vida en la vejez

Dimensión	Subdimensión	Número de indicadores	
		Analizados	Usados efectivamente para el ICV ^a
Seguridad económica	Laboral	3	0
	Pobreza por ingreso	2	2
	Inseguridad alimentaria	5	0
Salud y bienestar	Estado de salud	7	7
	Estilos de vida y factores de riesgo	5	1
	Atención en salud	1	0
Envejecimiento y entornos favorables	Entornos sociales		
	Arreglos residenciales	9	9
	Redes de apoyo social	1	0
	Violencia y maltrato	2	0
	Entornos físicos		
Vivienda segura y propicia	7	6	
Tecnologías de información y comunicación (TIC)	Disponibilidad de TIC	4	4
	Uso de TIC	3	3
Total		51	32

Fuente: Elaboración propia
^aICV: Índice de calidad de vida

Desigualdades en calidad de vida de los adultos mayores bolivianos. La educación un factor clave

detalladamente los 51 indicadores analizados para la construcción del índice.

Los 51 indicadores se construyeron con base en la información de la encuesta de hogares del año 2021 realizada por el Instituto Nacional de Estadística. En la muestra total de 12.847 hogares se captó un total de 42.090 personas, muestra que contiene 4.660 personas de 60 años y más, correspondiente a un 11.1 por ciento de la población total en la muestra.

2.2 Índice de Calidad de Vida en la Vejez

Para la construcción del índice de calidad de vida en la vejez se recurre a la técnica estadística de componentes principales. En términos generales, el principal objetivo del análisis de componentes principales es describir la variabilidad en un conjunto de variables correlacionadas, $X'=(X_1, \dots, X_q)$, en términos de un nuevo conjunto de variables no correlacionadas, $Y'=(Y_1, \dots, Y_q)$, donde cada una de estas nuevas variables, denominadas componentes principales, es una combinación lineal de las variables en X . La primera componente principal de las observaciones es aquella combinación lineal de las variables originales cuya varianza muestral es la más grande entre todas las posibles combinaciones lineales. La segunda componente principal es definida como aquella combinación lineal de las variables originales que representa una máxima proporción de la variabilidad restante, sujeta a no estar correlacionada con la primera componente principal. Los demás componentes son definidos de la misma manera (Everitt and Hothorn, 2011). De acuerdo a Filmer y Pritchett (2001), la técnica de componentes principales permite determinar apropiadamente las ponderaciones en la construcción del índice.

Debido a que las variables usadas en la construcción del índice de calidad de vida en la vejez son binarias, se obtuvo su matriz de correlaciones tetracóricas para, posteriormente, extraer los componentes principales de esta matriz. El concepto de correlaciones tetracóricas, desarrollado por Pearson and Pearson (1922), es apropiado para determinar las asociaciones entre variables binarias. Según el procedimiento propuesto por Filmer y Pritchett (2001), el primer componente principal representa un índice de calidad de vida⁶.

Para una mejor apreciación de la diferencia entre dos valores del índice es que se transformó su escala inicial a una nueva escala con rango de variación de 0 a 100 puntos. Es importante, sin embargo, tomar en cuenta que en la nueva escala, el valor 100 del índice no representa una óptima calidad de vida, simplemente representa el mayor puntaje de calidad de vida obtenido en la muestra de adultos mayores con base en los criterios usados en este documento; de la misma manera, un valor de 0 no significa total ausencia de calidad de vida, sólo significa el menor puntaje de calidad de vida obtenido en la muestra de adultos mayores a partir de los criterios usados en este trabajo.

3. RESULTADOS

3.1 Evaluación del índice de calidad de vida

Con base en los indicadores o criterios usados en este documento, la distribución del índice de calidad de vida es asimétrica, sesgada a la izquierda, es decir, los valores del índice por debajo de la mediana están más dispersos que aquellos valores superiores a la mediana, los que se encuentran más concentrados (Gráfico1). La asimetría observada también

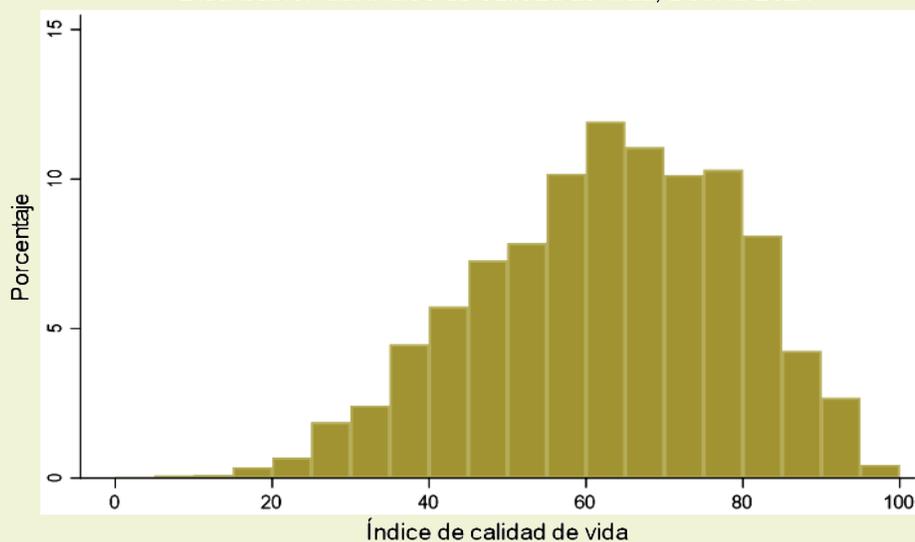
⁶ El procedimiento propuesto por Filmer y Pritchett es usado por el programa de Encuestas Demográficas y de Salud (DHS) para construir el índice de riqueza.

se refleja en la diferencia de los índices promedio y mediano: el índice de calidad de vida promedio es 62.7 puntos, levemente inferior al valor mediano, 63.6 puntos (Cuadro 2).

Se observa una coherencia en la evolución del índice de calidad de vida a través de los quintiles del índice. En efecto, el índice

promedio se incrementa sistemáticamente a medida que incrementa el quintil, pasando de 38.3 puntos en el primer quintil a un promedio de 84.3 puntos en el quintil superior (Cuadro 2). Con base en estos datos, para el año 2021, la calidad de vida de los adultos mayores del quintil superior es 2.2 veces más que la calidad de vida de los adultos mayores del primer quintil.

Gráfico 1
Distribución del índice de calidad de vida, Bolivia 2021



Fuente: elaboración propia

Cuadro 2

Estadísticas básicas para el Índice de calidad de vida en la vejez, Bolivia 2021

Quintil de ICV	Índice				Número de adultos mayores
	Promedio	Mediana	Mínimo	Máximo	
Quintil inferior	38,3	39,9	0,0	47,8	931
Segundo quintil	54,0	54,2	47,8	59,4	932
Quintil intermedio	63,8	63,6	59,4	68,0	935
Cuarto quintil	72,9	72,8	68,1	77,8	929
Quintil superior	84,3	83,2	77,9	100,0	931
Total	62,7	63,6	0,0	100,0	4,658

Fuente: Elaboración propia

ICV: Índice de calidad de vida

Desigualdades en calidad de vida de los adultos mayores bolivianos. La educación un factor clave

En el Cuadro 3 se presentan otros resultados que también permiten valorar la coherencia del índice de calidad de vida⁷. Uno de esos resultados tiene que ver con la dificultad para ver. El porcentaje de adultos mayores que declara no tener ninguna dificultad para ver aumenta constantemente con el quintil del índice, de 68.7 por ciento para el quintil inferior a 94.1 por ciento en el quintil superior. Otro resultado tiene relación con la práctica de algún deporte en el tiempo libre del adulto mayor. El porcentaje de adultos mayores que practica algún deporte se incrementa continuamente de 0.4 por ciento en el quintil inferior a 10.6 por ciento en el quintil superior.

Un tercer ejemplo tiene que ver con la condición de pobreza del adulto mayor. El porcentaje de adultos mayores que no está en condición de pobreza sube de 36.4 por ciento en el primer quintil a 97.9 por ciento en el quinto quintil. Para algunos otros indicadores, sin embargo, no se observa una tendencia sistemática del porcentaje de adultos mayores a través de los quintiles, ni creciente ni decreciente. Por ejemplo, la afiliación del adulto mayor a algún seguro de salud es uno de ellos. En este caso, el porcentaje de adultos mayores afiliados a algún seguro de salud oscila entre 90 y 92.7 por ciento, sin ninguna tendencia clara.

Cuadro 3

Evaluación de la coherencia del índice de calidad de vida.

Porcentaje de adultos mayores en cada quintil del índice, para varias características seleccionadas

Característica	Quintil del Índice de Calidad de Vida				
	1er Q	2do Q	3er Q	4to Q	5to Q
Ninguna dificultad para ver	68,7	80,0	87,3	89,5	94,1
Ninguna dificultad para oír	70,3	86,8	92,0	94,1	98,1
Ninguna dificultad para caminar	66,6	79,3	87,2	88,9	95,2
Alguien cuida al adulto mayor	57,0	56,7	56,5	46,3	44,6
Afiliado a algún seguro de salud	92,7	91,4	90,0	92,6	91,5
Sus tareas cotidianas requieren actividad física	21,5	16,2	12,0	9,4	5,6
Su actividad cotidiana requiere caminar/usar bicicleta	28,1	17,9	8,8	7,4	6,6
Practica algún deporte	0,4	0,5	1,6	3,6	10,6
No fumó en últimos 12 meses	93,2	91,7	93,8	91,7	90,3
No consumió alcohol en últimos 12 meses	83,1	82,6	83,5	78,6	73,7
Dispone de celular	24,2	58,1	73,2	96,7	99,8
Dispone de celular conectado a internet	1,0	5,9	14,1	58,1	99,3
La vivienda que ocupa su hogar es propia y pagada/pagando	89,9	83,9	82,1	84,0	84,8
El gas para cocinar en su hogar es de cañería/pileta pública	17,6	49,6	78,8	83,3	94,0
Usa baño/letrina con descarga de agua	13,6	48,5	82,4	91,7	98,1
Usa energía eléctrica	79,3	99,0	100,0	100,0	100,0
Tiene cuarto exclusivo para cocinar	74,0	82,1	90,2	92,8	97,2
Para cocinar usa gas/electricidad/no cocina	42,5	88,8	98,0	99,9	100,0
Se siente seguro al caminar de noche cerca a su vivienda	82,0	67,8	57,1	56,6	58,4
No fue víctima de robo/lesiones/estafa en últimos 12 meses	96,6	96,0	95,5	95,5	95,5
Su hogar nunca se quedó sin alimentos por falta de dinero 1)	85,7	86,9	91,3	93,9	96,7
Su hogar nunca dejó de comer todo un día por falta de dinero 1)	95,6	96,0	97,7	98,7	99,8
No es pobre (por ingreso)	36,4	60,1	78,7	85,4	97,9
No es pobre extremo (por ingreso)	82,9	91,2	97,4	98,9	99,8
Es económicamente activo (parte de la PEA)	56,5	51,6	43,7	43,7	46,1

Fuente: Elaboración propia

1) en los últimos 12 meses

⁷ En el [Cuadro 3A](#) del anexo se presentan resultados adicionales.

Este resultado podría atribuirse a la vigencia en el país del Sistema Único de Salud, un sistema gratuito y universal. Indicadores relacionados con seguridad alimentaria tienen similar comportamiento. Es oportuno señalar que indicadores con este tipo de comportamiento no aportan información en la construcción de índice de calidad de vida, razón por la que son descartadas.

En suma, el índice de calidad de vida en la vejez, construido a partir de los indicadores definidos en este trabajo y la técnica de componentes principales, es razonablemente coherente, pues permite identificar tendencias esperadas y valorar diferencias en cuanto a calidad de vida.

3.2 Resultados

En una escala de 0 a 100 puntos, el índice de calidad de vida promedio de los adultos mayores - los de 60 años y más - asciende a 62.7 puntos. Se observan, sin embargo, considerables desigualdades entre los niveles de calidad de vida de distintos grupos de adultos mayores (Cuadro 4)⁸. La edad, el género, área de residencia, el nivel de educación y el ingreso, son algunas de las características en las que se observan notables desigualdades. Efectivamente, la calidad de vida de los adultos mayores se deteriora continuamente con la edad. El índice promedio desciende sistemáticamente desde 67.0 puntos para adultos mayores de 60-64 años de edad hasta 44.2 para el grupo de 90-98 años, lo cual significa que la calidad de vida de los adultos de 60-64 años de edad es 52 por ciento más elevada que la calidad de vida de los adultos de 90-98 años, una desigualdad bastante acentuada. Las cada vez más reducidas capacidades físicas y mentales conducentes a una continua reducción de la autonomía y adaptabilidad, la continua merma del entorno

social y la creciente pérdida de las condiciones económicas son, entre otros, los factores que ocasionan el continuo deterioro de la calidad de vida de los adultos mayores. Por género, el índice de calidad de vida de los hombres adultos mayores es levemente superior a la de las mujeres adultas mayores, 64.0 puntos para hombres frente a 61.4 puntos para mujeres. Si bien la esperanza de vida de las mujeres es superior a la de los hombres, estos resultados sugieren que en la vejez, los hombres son menos vulnerables que las mujeres, es decir, el nivel de deterioro de la salud física y mental de los hombres adultos mayores es menor que el de las mujeres y muy probablemente los hombres adultos mayores posean mejores condiciones socioeconómicas que las mujeres.

También se observa una marcada desigualdad por área de residencia. En efecto, los adultos mayores residentes en áreas urbanas tiene una calidad de vida 47 por ciento más elevada que la de los residentes en áreas rurales. La menor disponibilidad y acceso a servicios de salud, el mayor desgaste de la salud física, la emigración selectiva del campo a la ciudad - principalmente jóvenes emigrantes -, y una mayor inseguridad alimentaria ocasiona que los adultos mayores residentes en áreas rurales tengan una calidad de vida inferior a la de los que residen en áreas urbanas.

Las mayores desigualdades en la calidad de vida de los adultos mayores, sin embargo, se registran al examinar sus niveles de educación. Entre los distintos grupos de adultos analizados en este trabajo, los adultos mayores que alcanzaron la educación superior poseen la mayor calidad de vida, logrando un índice promedio de 79.5 puntos. Es más, la calidad de vida de los adultos mayores que alcanzaron la educación superior es 68 por ciento más elevada que la de los adultos que no tuvieron ninguna educación formal, una desigualdad muy marcada.

⁸ En el [Cuadro 4A](#) del anexo se presentan resultados adicionales

**Desigualdades en calidad de vida de los adultos mayores bolivianos.
La educación un factor clave**

Cuadro 4
Índice de calidad de vida promedio en la vejez por características
seleccionadas del adulto mayor, Bolivia 2021

Característica	Índice promedio	Relación con el índice inferior	Número de adultos mayores
Grupo de edad			
60-64	67,0	1,52	1,531
65-69	64,5	1,46	1,207
70-74	61,3	1,39	867
75-79	58,4	1,32	538
80-84	54,8	1,24	283
85-89	51,8	1,17	146
90-98	44,2	1,00	86
Sexo			
Hombre	64,0	1,04	2,166
Mujer	61,4	1,00	2,492
Residencia			
Urbana	69,7	1,47	3,174
Rural	47,5	1,00	1,484
Departamento			
Chuquisaca	58,8	1,12	448
La Paz	65,2	1,24	1,162
Cochabamba	65,1	1,24	877
Oruro	59,1	1,13	413
Potosí	52,4	1,00	468
Tarija	62,7	1,20	323
Santa Cruz	69,0	1,32	678
Beni	57,7	1,10	184
Pando	57,1	1,09	105
Educación			
Sin educación	47,2	1,00	840
Primaria	58,5	1,24	1,999
Secundaria	69,5	1,47	928
Superior	79,5	1,68	875
Ingreso mensual personal (Bs)			
Igual o inferior a 0.5 SM	54,6	1,00	2,330
Superior a 0.5 SM - 1 SM	64,3	1,18	780
Superior a 1 SM - 2 SM	71,9	1,32	1,062
Superior a 2 SM - 3 SM	78,0	1,43	317
Superior a 3 SM	79,8	1,46	169
Condición de pobreza			
No pobre	67,7	1,36	3,339
Pobre	49,9	1,00	1,319
Total	62,7	-	4,658

Fuente: Elaboración propia

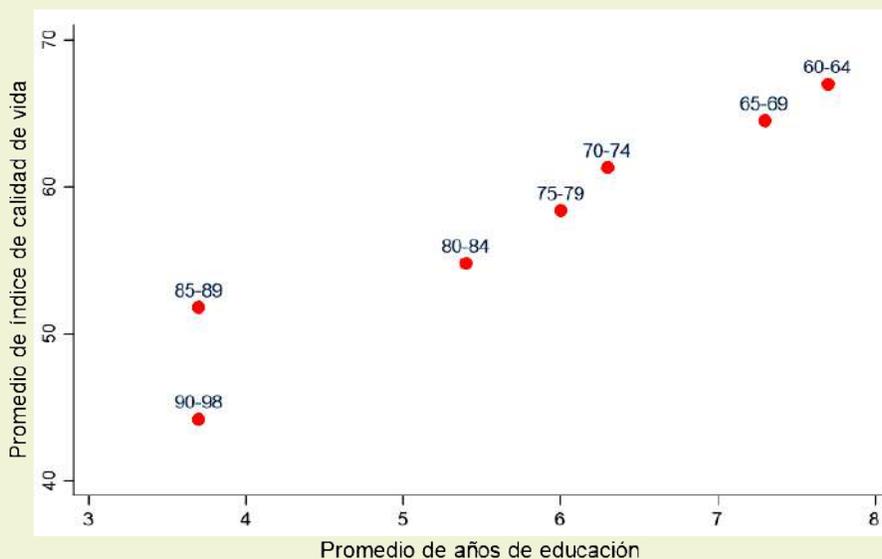
SM: salario mínimo = 2.362 Bs = 339,4 \$us

Es claro que la educación lograda en edades jóvenes tiene un alto efecto positivo en la calidad de vida durante la vejez. Una manera de constatar tal afirmación es la siguiente. Los adultos mayores que acumularon mayor educación formal en edades jóvenes deberían también lograr mayor calidad de vida en su vejez, mientras los que acumularon menos educación deberían poseer menos calidad de vida. En efecto, el Gráfico 2 refleja este resultado. A medida que aumenta la edad del adulto mayor⁹, reduce su nivel de educación y, consecuentemente, reduce su calidad de vida.

La educación en edades jóvenes parece ser un elemento clave para lograr una calidad de vida digna en la vejez.

Por último, el ingreso personal de los adultos mayores parece ser otra variable que ocasiona considerables desigualdades. Por ejemplo, la calidad de vida de los adultos mayores cuyos ingresos mensuales son más de tres salarios mínimos es 46 por ciento más alto que la de los adultos mayores con ingresos mensuales inferiores a medio salario mínimo. Es claro que un mayor ingreso permite acceder a más servicios y bienes, lo que generalmente se traduce en mejor calidad de vida en la vejez.

Gráfico 2
Relación entre la edad, educación y calidad de vida del adulto mayor, Bolivia 2021



Fuente: Elaboración propia

Para profundizar en el análisis de los efectos de la educación y el ingreso del adulto mayor sobre su calidad de vida, se evalúa el siguiente modelo causal. Por una parte, se postula que la educación tiene un efecto directo sobre la calidad de vida y, por otra parte, que la educación tiene un efecto indirecto sobre la calidad de vida a través del ingreso. Con el propósito de controlar otros efectos, el modelo causal incluye variables como la edad, sexo y área de

residencia del adulto mayor. Los resultados, en términos de desviaciones estándar, se exponen en el Gráfico 3. Ellos revelan que el efecto directo de la educación sobre el índice de calidad de vida es 0.379 desviaciones estándar, muy superior al efecto indirecto a través del ingreso, 0.066 desviaciones estándar. Es importante, sin embargo, examinar un poco más el efecto indirecto de la educación. La educación del adulto mayor obtenida en edades

⁹ En el Gráfico 2, los grupos de edades de los adultos mayores se encuentran encima de los círculos.

Desigualdades en calidad de vida de los adultos mayores bolivianos.

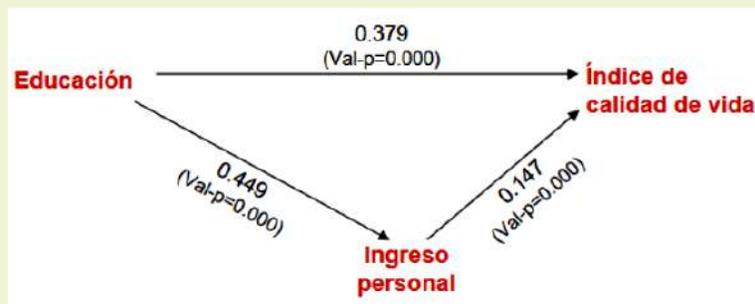
La educación un factor clave

relativamente jóvenes tiene un fuerte efecto sobre el nivel de ingreso en su vejez, 0.449 desviaciones estándar; en cambio, el efecto del ingreso sobre el índice de calidad de vida es sólo 0.147 desviaciones estándar. Es decir, las condiciones económicas del adulto mayor

son resultado en gran medida de la educación lograda en su juventud. En consecuencia, la educación en edades relativamente jóvenes es un factor muy importante para la calidad de vida en la vejez: mayor nivel de educación viabiliza mejor calidad de vida en la vejez.

Gráfico 3

Efectos directo e indirecto de la educación del adulto mayor sobre su calidad de vida, controlando efectos de edad, sexo y área de residencia del adulto mayor (en desviaciones estándar, incluye valores-p)



Fuente: Elaboración propia

4. CONCLUSIÓN

La presente investigación es una primera experiencia en Bolivia con relación a la medición de la calidad de vida en la vejez. Con base en un conjunto de indicadores enmarcados en la propuesta teórica-metodológica del Centro Latinoamericano y Caribeño de Demografía, el índice promedio de calidad de vida de los adultos mayores alcanza 62.7 puntos, en una escala de 0 a 100 puntos. Se registran, sin embargo, considerables desigualdades en los valores del índice. En efecto, el promedio del índice, 84.3 puntos, para el 20 por ciento de los adultos mayores con los valores más altos es más del doble - 2.2 veces - que el promedio del índice, 38.3 puntos, para el 20 por ciento de los adultos mayores con los valores más bajos.

Significativas desigualdades también se observan cuando se consideran diversas características demográficas y socioeconómicas de los adultos mayores. Algunas de esas desigualdades son:

- i. La calidad de vida del adulto mayor disminuye continuamente a medida que incrementa su edad. Ello sugiere que las condiciones de vida del adulto mayor se deterioran constantemente mientras más envejece.
- ii. Los adultos mayores que residen en áreas urbanas tienen mayor calidad de vida que los que residen en áreas rurales, un resultado que refleja, entre otros, la existencia de más oportunidades de acceso a una serie de servicios y la posibilidad de contar con mayor apoyo del entorno familiar en áreas urbanas
- iii. El índice de calidad de vida del adulto mayor aumenta cuando incrementa su ingreso. Es claro que mayor ingreso le permite al adulto mayor acceder a más y a mejores condiciones de vida, incluido el acceso a servicios de salud, mejores condiciones de vivienda y mayor disponibilidad de tecnologías de información y comunicación, entre otros.

iv. Entre las características para las que se examinaron las desigualdades, la educación del adulto mayor es uno de los factores clave en determinar su calidad de vida en la vejez. En efecto, el índice promedio para adultos mayores con educación superior es 68 por ciento más alto que el índice promedio para los que no tienen educación formal.

Con el propósito de desglosar y luego comparar los efectos de la educación y el ingreso del adulto mayor sobre su calidad de vida - controlando los efectos de otras características - se analizó un modelo causal. Los resultados revelan que la educación del adulto mayor obtenida en edades relativamente jóvenes tiene un efecto mucho más importante sobre la calidad de vida en su vejez que el efecto que tiene su actual ingreso. Ciertamente, el efecto directo de la educación del adulto mayor sobre su calidad de vida es 0.379 desviaciones estándar, muy superior al efecto del ingreso, tan sólo 0.147 desviaciones estándar. Es más, la educación del adulto mayor lograda cuando era relativamente joven tiene un fuerte impacto causal sobre su actual ingreso, 0.449 desviaciones estándar. De esta manera, se tiene evidencia de que la educación obtenida en edades jóvenes es un factor muy importante para la calidad de vida en la vejez: mayor nivel de educación viabiliza mejor calidad de vida en la vejez.

Las políticas, programas y proyectos orientados a mejorar la calidad de vida en la vejez deben tomar en cuenta estas desigualdades y que en futuros estudios sobre el tema debe obtenerse información sobre la autopercepción de la calidad de vida.

5. DISCUSIÓN

Este trabajo fue desarrollado con base en un

enfoque objetivo, esto es, se usó información obtenida en la encuesta de hogares de 2021 sobre las condiciones de vida del adulto mayor, información en la que no interviene el elemento subjetivo, es decir, no incluye la autopercepción o valoración del adulto mayor sobre la calidad de cada una de esas condiciones. Es necesario, sin embargo, implementar estudios de calidad de vida en la vejez que incorporen ambos enfoques, el objetivo y el subjetivo.

Para la ponderación de los indicadores usados en la construcción del índice de calidad de vida en la vejez se recurrió a la técnica de componentes principales, una técnica también usada en la construcción de otros índices globales. Los resultados de la evaluación del índice de calidad de vida permiten concluir que el índice generado conduce a resultados coherentes y esperados en el análisis de las desigualdades. No se observó resultados contradictorios e inesperados.

En el ámbito internacional se tiene trabajos de investigación relacionados con la calidad de vida en la vejez, pero abordados con distintos enfoques. Algunos trabajos tienen un enfoque netamente teórico-reflexivo acerca de la definición y terminología relacionada con el concepto de calidad de vida. Por ejemplo, el trabajo de Cummins R. et al (1998) presenta definiciones y discusiones con relación al concepto de calidad de vida. Otros trabajos abordaron el estudio de calidad de vida en la vejez con un enfoque exclusivamente subjetivo. En esta línea de enfoque se encuentra, por ejemplo, el trabajo de Rodríguez V. et al. (2011). En él, se pregunta a cada uno de los 499 adultos mayores del estudio, primero por las cinco dimensiones de calidad de vida más importantes para el adulto, luego se le consulta por el grado de satisfacción que tiene para cada una de esas dimensiones y, finalmente, se pide al adulto mayor que asigne una ponderación a

Desigualdades en calidad de vida de los adultos mayores bolivianos.

La educación un factor clave

cada una de las cinco dimensiones de acuerdo a la importancia valorada por el mismo adulto. Con esta información subjetiva se obtiene un índice global. En cambio, otros trabajos se abordaron con el enfoque objetivo. Un ejemplo de estudio de calidad de vida en la vejez con el enfoque objetivo es el de Fanta J. (2015) para el caso chileno. En el citado estudio se calcula un índice de calidad de vida en la vejez a partir de los datos obtenidos en la encuesta de caracterización socioeconómica nacional realizada en 2011 y con base en el marco metodológico sugerido por el CELADE - CEPAL (2006), el cual comprende tres dimensiones de análisis y un conjunto de indicadores para cada dimensión. Se asignaron ponderaciones de 35% a la dimensión de seguridad económica, 35 % a salud y bienestar, y 30% a la dimensión de entornos favorables.

En cambio, en el contexto nacional se realizaron pocos estudios sobre calidad de vida en la vejez y en esos pocos estudios se empleó el enfoque subjetivo. Por ejemplo, en la investigación de Aponte V. (2015), se indagó, mediante una entrevista en profundidad, en cuatro sesiones, acerca de la percepción de la calidad de vida de sólo una persona adulta mayor. En el estudio de Caspa C. (2016) también se aplicó un enfoque subjetivo de calidad de vida en la vejez. Se indagó sobre la percepción de calidad de vida de 25 adultos mayores que asisten al Centro Nueva Esperanza de la ciudad de La Paz usando el instrumento WHOQOL diseñado por la Organización Mundial de la Salud para evaluar la calidad de vida. El estudio no incluye un índice de calidad de vida y se limita a un examen descriptivo. Por otra parte, en el libro de Salazar, Castro y Medinaceli (2011), si bien su propósito no es medir la calidad de vida en la vejez, se analiza la situación de la población adulta mayor en Bolivia, en tres áreas específicas: la transición demográfica y desigualdad, las condiciones de salud y los ingresos de los adultos mayores. En el libro se

presenta una radiografía de las condiciones y oportunidades de vida de los adultos mayores haciendo uso de datos obtenidos en encuestas y otras fuentes de información.

Si bien en casi todos los estudios de calidad de vida en la vejez se enfatiza la necesidad de abordar la medición de la calidad de vida con ambos enfoques - el subjetivo y el objetivo -, incluso en definiciones del concepto de calidad de vida se advierte tal énfasis, en la literatura, sin embargo, no existen estudios que hayan implementado ambos enfoques.

En nuestra visión, ambos enfoques - objetivo y subjetivo - se complementan y permiten un análisis integral de la calidad de vida en la vejez. Por ejemplo, con relación a la dimensión de salud y bienestar, la información de que el adulto mayor asistió en los últimos 12 meses a un establecimiento de salud para atender su salud - la parte objetiva - debe ser complementada con la valoración o percepción del adulto mayor acerca de la calidad de esa atención - la parte subjetiva. Lo propio con relación a la actividad física en el tiempo libre, una dimensión importante en el análisis de calidad de vida en la vejez. En esta dimensión, igualmente ambos enfoques se complementan. La información de que el adulto mayor no realizó ningún deporte o actividad física en el último mes - parte objetiva - debe ser complementada con información sobre el valor o la utilidad que el adulto mayor asigne a la actividad física o deportiva - parte subjetiva. Si el adulto mayor no practicó ninguna actividad deportiva y tampoco percibe la necesidad o utilidad de hacerlo, entonces esa información puede contribuir en la medición de su calidad de vida y también puede contribuir a la formulación de políticas públicas, programas y proyectos más eficaces. También puede citarse un tercer ejemplo relacionado con las redes de apoyo al adulto mayor. La información sobre el número de personas que apoyan a un adulto

mayor en su cuidado - parte objetiva - debe ser complementada con información sobre la satisfacción de ese apoyo - parte subjetiva.

La complementariedad de los enfoques objetivo y subjetivo en los estudios de calidad de vida de los adultos mayores debe materializarse en indicadores e instrumentos de recolección de información. Es más, con el propósito de que los estudios sean comparables, también es necesario unificar el método a ser usado en la medición de la calidad de vida. Se requiere, entonces, unificar criterios tanto conceptuales

como metodológicos, además de unificar los instrumentos de recolección de información. Por todo ello, “al parecer la discusión recién comienza,..., queda aún bastante camino por recorrer” (CELADE - CEPAL, 2006) en cuanto a la medición de la calidad de vida en la vejez.

Conflicto de Intereses

Los autores declaran que no hay conflicto de intereses con respecto a la publicación de este documento.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

- Barber D. (2015). Bayesian Reasoning and Machine Learning. www.cs.ucl.ac.uk/staff/D.Barber/brml
- Aponte V. (2015). Calidad de vida en la tercera edad. Ajayu, Departamento de Psicología UCBS, Vol 13, Nro 2 http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-21612015000200003
- Bilodeau M. and Brenner D. (1999). Theory of multivariate statistics. Springer.
- Bloom D.E. y Zucker L.M. (2023). El envejecimiento, la auténtica bomba demográfica. Fondo Monetario Internacional, Finanzas y Desarrollo. <https://www.imf.org/es/Publications/fandd/issues/Series/Analytical-Series/aging-is-the-real-population-bomb-bloom-zucker>
- Caspa C. (2016). Percepción de calidad de vida y resiliencia del adulto mayor del centro nueva esperanza, La Paz. Tesis de grado, Universidad Mayor de San Andrés. <https://repositorio.umsa.bo/bitstream/handle/123456789/10820/CCCE.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- CELADE–División de Población de la CEPAL. (2006). Manual sobre indicadores de calidad de vida en la vejez. Naciones Unidas, Santiago de Chile. http://www.observatorionacionaldoidoso.fiocruz.br/biblioteca/_manual/17.pdf
- CELADE–División de Población de la CEPAL. (2008). Directrices para la elaboración de módulos sobre envejecimiento en las encuestas de hogares. Naciones Unidas, Santiago de Chile. <https://www.cepal.org/es/publicaciones/5499-directrices-la-elaboracion-modulos-envejecimiento-encuestas-hogares>
- Comisión Económica para América Latina y el Caribe, CEPAL. (2018). Envejecimiento, personas mayores y Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible: Perspectiva regional y de derechos humanos. S. Huenchuan (ed). Naciones Unidas, Santiago de Chile. https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/44369/1/S1800629_es.pdf
- Comisión Económica para América Latina y el Caribe, CEPAL. (2022). Tendencias de la población de América Latina y el Caribe. Efectos demográficos de la

Desigualdades en calidad de vida de los adultos mayores bolivianos.

La educación un factor clave

- pandemia de COVID-19. Observatorio Demográfico. <https://repositorio.cepal.org/server/api/core/bitstreams/b11d609e-f264-4828-bfe0-7358942e69f5/content>
- Cummins R., Andelman R., Board R., Carman L., Cummins B., Ferriss A., Friedman P., Michalos A., Samli J., Shapiro S., Sirgy J., Vitterso J. and Veenhoven R. (1998). Quality of Life Definition and Terminology: A Discussion Document from the International Society for Quality-of-Life Studies. International. Society for Quality-of-Life Studies. <https://isqols.dreamhosters.com/wp-content/uploads/2017/02/aaw-QOL-definition-and-terminology.pdf>
- Everitt B. and Hothorn T. (2011). An introduction to applied multivariate analysis with R. Springer Science & Business Media
- Fanta J. (2015). Desigualdades en la calidad de vida en la vejez: el caso de Chile. III seminario internacional desigualdad y movilidad social en América Latina, Argentina, Bariloche. https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.9370/ev.9370.pdf
- Fernández R. (1997). Calidad de vida en la vejez: condiciones diferenciales. Anuario de Psicología, Nro 73, 89-104. <https://revistes.ub.edu/index.php/Anuario-psicologia/article/viewFile/9036/11488>
- Filmer D. and Pritchett L. (2001). Estimating wealth effects without expenditure – or tears: An application to educational enrollments in states of India. Demography, Vol. 38, Nro 1: 115-32.
- Hugo F., Rodríguez L. y Rodríguez J. (2022). Envejecimiento en Chile: Evolución, características de las personas mayores y desafíos demográficos para la población. Instituto Nacional de Estadísticas, Chile. https://www.ine.gob.cl/docs/default-source/documentos-de-trabajo/envejecimiento-en-chile-evolucion-y-caracteristicas-de-las-personas-mayores.pdf?sfvrsn=fa394551_2
- Instituto Nacional de Estadística, INE. (2021). <https://www.ine.gob.bo/index.php/censos-y-proyecciones-de-poblacion-sociales/>
- Johnson R. and Wichern D. (2007). Applied multivariate statistical analysis. Pearson Prentice Hall, 6 th Ed. <https://ostad.hormozgan.ac.ir/ostad/es/863845/97050509-3761826667770356.pdf>
- Márquez A., Azzolino J., Giménez C., Rodríguez F., Otaño D. y Martínez P. (2020). Calidad de vida en adultos mayores, un análisis de sus dimensiones. PSIUC, Revista de Psicología, Nro 6. <https://www.ucongreso.edu.ar/wp-content/uploads/2020/10/Calidad-de-vida-en-adultos-mayores-un-an%C3%A1lisis-de-sus-dimensiones.pdf>
- Organización Panamericana de la Salud, OPS. (2011). La salud de los adultos mayores: una visión compartida. Washington, D.C.: OPS 2nd Ed. https://iris.paho.org/bitstream/handle/10665.2/51598/9789275332504_spa.pdf
- Pearson, K. and Pearson, E. S. (1922). On polychoric coefficients of correlation. Biometrika, Vol. 14, 127–156. <https://academic.oup.com/biomet/article/14/1-2/127/216112>
- Pino M.R., Soto J.G. y Rodríguez B. (2015). Las personas mayores y las TIC. Un compromiso para reducir

- la brecha digital. *Pedagogía Social. Revista Interuniversitaria*, Num 26, pp. 337-359. <https://www.redalyc.org/pdf/1350/135043653003.pdf>
- Rodríguez V., Prieto M.E., Lardiés R., Ahmed K., Frades M.B., Martínez P, João M. y Rojo J.M. (2011). Calidad de vida y envejecimiento: la visión de los mayores sobre sus condiciones de vida. Edición a cargo de Ferminia Rojo-Pérez y Gloria Fernández-Mayoralas. Fundación BBVA, 1a Ed. https://www.fbbva.es/wp-content/uploads/2017/05/dat/DE_2012_calidad_vida.pdf
- Rojo F. y Fernández G. (2108). La calidad de vida en la población mayor. https://digital.csic.es/bitstream/10261/219979/3/calidad_vida_poblacion_mayor.pdf
- Salazar C., Castro M.D. y Medinaceli M. (2011). Personas adultas mayores: desiguales y diversas. Políticas públicas y envejecimiento en Bolivia. Cuaderno de futuro 29, informe sobre desarrollo humano. <https://www.bivica.org/files/personas-adultas-mayores.pdf>
- World Health Organization, OMS. (2012). Programme on mental health. WHOQOL user manual. WHO/HIS/HSI Rev. 2012.03 <https://www.who.int/tools/whoqol>
- World Health Organization, OMS (2015). Informe mundial sobre el envejecimiento y la salud. <https://www.who.int/es/publications/i/item/9789241565042>
- World Health Organization, OMS (2016). Acción multisectorial para un envejecimiento saludable basado en el ciclo de vida: proyecto de estrategia y plan de acción mundiales sobre el envejecimiento y la salud. 69 Asamblea mundial de la salud. https://apps.who.int/gb/ebwha/pdf_files/WHA69/A69_17-sp.pdf
- Zelterman D. (2015). *Applied multivariate statistics with R*. Springer International Publishing Switzerland.
- Zuluaga M.I., Galeano M.E. y Saldarriaga G.J. (2019). Calidad de vida en la vejez. Propuesta metodológica y teórica para su caracterización. Universidad de Antioquia, Facultad de Ciencias Sociales y Humanas. Fondo editorial FCSH. https://www.researchgate.net/publication/353528159_Calidad_de_vida_en_la_vejez_Propuesta_metodologica_y_teorica_para_su_caracterizacion
- Zuñiga de las Casas N.E., Pérez R.D. & Gonzales C.K. (2022). Influencia de las TIC en la calidad de vida relacionada a la salud (CVRS) en adultos mayores de un centro de salud. *Revista Vive*, 5(13), 110-123. http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2664-32432022000100110

**Desigualdades en calidad de vida de los adultos mayores bolivianos.
La educación un factor clave**

ANEXOS

Cuadro 1A Indicadores para construir el índice de calidad de vida en la vejez					
Dimensión	Subdimensión	Indicador	Observación ^b		
Seguridad económica	Laboral	El AM ^a está ocupado	0		
		El AM participa del mercado de trabajo	0		
		El AM está desocupado	0		
	Pobreza por ingreso	El AM se encuentra en condición de pobreza	1		
		El AM se encuentra en condición de pobreza extrema	1		
Inseguridad alimentaria		Alguna vez, en los últimos 12 meses, el hogar en que reside el AM se quedó sin alimentos por falta de dinero/otros recursos	0		
		Alguna vez, en los últimos 12 meses, el hogar en que reside el AM dejó de desayunar/almorzar/cenar por falta de dinero/otros recursos	0		
		Alguna vez, en los últimos 12 meses, en el hogar en que reside el AM se sintió hambre pero no se comió por falta de dinero/otros recursos	0		
		Alguna vez, en los últimos 12 meses, en el hogar en que reside el AM se comió sólo una vez en un día por falta de dinero/otros recursos	0		
		Alguna vez, en los últimos 12 meses, en el hogar en que reside el AM se dejó de comer durante todo un día por falta de dinero/otros recursos	0		
		Alguna vez, en los últimos 12 meses, en el hogar en que reside el AM se dejó de comer durante todo un día por falta de dinero/otros recursos	0		
Salud y bienestar	Estado de salud	Alguna dificultad permanente de el AM para ver	1		
		Alguna dificultad permanente de el AM para oír	1		
		Alguna dificultad permanente de el AM para caminar	1		
		Alguna dificultad permanente de el AM para aprender/recordar	1		
		Alguna dificultad permanente de el AM para autocuidado personal	1		
		Alguna dificultad permanente de el AM para hablar/comunicarse	1		
		Alguna dificultad permanente de el AM para adaptarse/trastornos mentales	1		
		Estilos de vida y factores de riesgo		El AM requiere en trabajo/tareas diarias realizar actividad física intensa/moderada en al menos 30 minutos consecutivos	0
				El AM para trasladarse al trabajo/realizar alguna actividad camina/usa bicicleta en al menos 30 minutos consecutivos	0
				El AM practica algún deporte/actividad física en su tiempo libre en al menos 30 minutos consecutivos	1
				El AM ha fumado cigarrillos durante los últimos 12 meses	0
				El AM ha consumido bebidas alcohólicas durante los últimos 12 meses	0
			Atención en salud	Afiliación de el AM a algún seguro de salud	0

Ramiro Coa Clemente y Patricia Loza Cruz

Dimensión	Subdimensión	Indicador	Observación ^b
Envejecimiento y entornos favorables	Entornos sociales	Hogar en que reside el AM está compuesto por una sola persona, por dos, por tres, por cuatro, por cinco y más personas	1
		El AM reside en hogar unipersonal	1
		El AM reside en hogar con pareja nuclear	1
		El AM reside en hogar nuclear completo	1
		El AM reside en hogar extendido	1
	Redes de apoyo social	Apoyo de alguna persona del mismo o de otro hogar para el cuidado de el AM	0
	Violencia y maltrato	Seguridad de el AM al caminar solo cerca de su vivienda cuando es de noche	0
		El AM fue víctima de robo/lesiones/violación/estafa/despojo en los últimos 12 meses	0
	Entornos físicos		
	Vivienda segura y propicia	La vivienda que ocupa el hogar de el AM es propia pagada/pagando	0
		La fuente de agua que usa el hogar de el AM para beber/cocinar proviene de cañería de red/pileta pública	1
		El tipo de baño/servicio sanitario que usa normalmente el hogar de el AM es baño/letrina con descarga de agua	1
		La vivienda que ocupa el hogar de el AM tiene energía eléctrica	1
		La basura que genera el hogar de el AM habitualmente la deposita en el basurero público/contenedor/carro basurero	1
La vivienda que ocupa el hogar de el AM tiene cuarto exclusivo para cocinar		1	
El combustible/energía que usa el hogar de el AM para cocinar es gas licuado/gas natural por red/electricidad		1	
Tecnologías de información y comunicación (TIC)	Disponibilidad de TIC	El AM dispone de teléfono celular para uso personal	1
		El celular de el AM puede conectarse a internet	1
		La vivienda que ocupa el hogar de el AM dispone de línea telefónica fija	1
		El hogar de el AM tiene acceso a servicio de internet en su vivienda	1
	Uso de TIC	El AM usó teléfono celular en los últimos 3 meses	1
		El AM usó computadora/laptop en los últimos 3 meses, en cualquier lugar	1
		El AM usó internet en los últimos 3 meses, en cualquier lugar	1

Fuente: elaboración propia

^a AM: adulto mayor

^b 0: el indicador fue analizado pero no usado para el índice de calidad de vida

1: el indicador fue analizado y usado para construir el índice de calidad de vida

Desigualdades en calidad de vida de los adultos mayores bolivianos. La educación un factor clave

Cuadro 3A

Evaluación de la coherencia del índice de calidad de vida.

Porcentaje de adultos mayores en cada quintil del índice, para varias características seleccionadas

Característica	Quintil del Índice de Calidad de Vida				
	1er Q	2do Q	3er Q	4to Q	5to Q
Ninguna dificultad para aprender	85,5	93,8	98,5	99,0	99,7
Ninguna dificultad para autocuidado	89,2	97,1	99,6	99,5	99,9
Ninguna dificultad para hablar	96,0	99,1	99,8	99,9	100,0
Ninguna dificultad para adaptarse	96,6	99,9	100,0	99,9	100,0
Uso de celular en últimos 3 meses	22,2	55,8	70,3	96,3	100,0
Uso de computadora en últimos 3 meses	0,0	0,1	0,0	1,4	33,4
Uso de internet en últimos 3 meses	0,3	2,8	8,8	41,8	95,0
Basura deposita en basurero/carro basurero	14,2	51,4	86,3	92,7	99,1
Posee teléfono fijo en su vivienda	1,6	4,8	12,6	19,8	45,2
Tiene acceso a internet en su vivienda	9,5	16,3	37,2	74,0	96,4
Es ocupado	56,3	50,6	42,3	40,7	44,6
No es desocupado	0,2	1,0	1,5	3,0	1,5
Es económicamente inactivo (parte de la PEI)	43,5	48,4	56,3	56,3	53,9
Su hogar nunca dejó de desayunar/almorzar/cenar por falta de dinero 1)	87,5	89,8	93,4	95,1	97,3
Su hogar nunca sintió hambre y a la vez no comió por falta de dinero 1)	91,0	91,9	94,4	96,7	98,8
Su hogar nunca comió sólo una vez en un día por falta de dinero 1)	86,7	89,5	92,6	95,7	97,6

Fuente: Elaboración propia

1) en los últimos 12 meses

Cuadro 4A
Índice de calidad de vida promedio en la vejez por características
seleccionadas del adulto mayor, Bolivia 2021

Característica	Índice promedio	Relación con el índice inferior	Número de adultos mayores
Idioma principal			
Quechua	52,8	1,00	1,060
Aymara	55,9	1,06	545
Castellano	67,5	1,28	3,016
Grupo étnico			
Quechua	55,3	1,00	910
Aymara	58,1	1,05	725
No pertenece	66,3	1,20	2,915
Estado civil			
Soltero	60,8	1,03	268
Casado	64,4	1,10	2,542
Conviviente	59,6	1,01	279
Separado	65,0	1,11	203
Divorciado	72,8	1,24	126
Viudo	58,8	1,00	1,240
Tipo de hogar en el que reside			
Unipersonal	56,7	1,00	811
Pareja Nuclear	60,5	1,07	1,425
Monoparental	67,5	1,19	325
Nuclear completo	70,2	1,24	761
Extendido	63,7	1,12	1,025
Tamaño de hogar en el que reside			
1 Persona	56,6	1,00	803
2 Personas	61,1	1,08	1,826
3 Personas	66,9	1,18	867
4 Personas	67,1	1,19	546
5 Personas	66,4	1,17	290
6 y más personas	64,1	1,13	326
Afiliación a seguro de salud			
Público	62,6	1,00	4,256
Ninguno	63,0	1,01	390
Condición de pobreza extrema			
No pobre extremo	63,8	1,43	4,381
Pobre extremo	44,7	1,00	277
Ingreso mensual per cápita del hogar en el que reside (Bs)			
Igual o inferior a 0.5 SM	52,4	1,00	2,028
Superior a 0.5 SM - 1 SM	67,3	1,28	1,418
Superior a 1 SM - 2 SM	73,7	1,41	970
Superior a 2 SM - 3 SM	77,6	1,48	163
Total	62,7	-	4,658

Fuente: Elaboración propia

SM: salario mínimo = 2.362 Bs = 339,4 \$us

OPTIMIZACIÓN DE PORTAFOLIOS DE MARKOWITZ PARA LOS FONDOS DE PENSIONES EN BOLIVIA

MARKOWITZ PORTFOLIO OPTIMIZATION FOR PENSION FUNDS IN BOLIVIA

Ronal Edwin Condori Huanca¹
Consultor independiente, La Paz - Bolivia
✉ ronal.c.huanca@gmail.com

Artículo recibido: 01/08/2023
Artículo aceptado: 08/04/2024

RESUMEN

El incremento en el rendimiento de los fondos de pensiones en Bolivia es un objetivo neurálgico que se busca para la mejora de las pensiones de vejez para los jubilados, antes tanto para las AFP's hasta 2023 y actualmente está como un objetivo para la Gestora Pública, es en este sentido que se expone y desarrolla el proceso de obtención de un portafolio de inversiones óptimo mediante el uso del modelo de Markowitz utilizando el algoritmo de Goldfarb-Idnani planteando un problema de optimización cuadrática, generando resultados satisfactorios en comparación con los asumidos por los fondos de pensiones incrementando de un 3.36% a un 6%, pero con las debidas limitaciones del mercado de renta fija que impera en Bolivia y corriendo otro tipo de riesgos mas allá de las rentabilidades bajas.

Palabras clave: Pensiones, Cuadrática, Markowitz, algoritmo de Goldfarb-Idnani.

ABSTRACT

The increase in the performance of pension funds in Bolivia is a neuralgic objective that is sought to improve old-age pensions for retirees, previously both for the AFPs until 2023 and currently it is as an objective for the Public Manager; that is In this sense, the process of obtaining an optimal investment portfolio is exposed and developed through the use of the Markowitz model using the Goldfarb-Idnani algorithm, posing a quadratic optimization problem, generating satisfactory results compared to those assumed by the funds. of pensions increasing from 3.36% to 6%, but with the due limitations of the fixed income market that prevails in Bolivia and running other types of risks beyond low returns.

Keywords: Pensions, Quadratic, Markowitz, Goldfarb-Idnani algorithm.

1. INTRODUCCIÓN

Una gran mayoría de diversos actores en la sociedad boliviana, están prestando mucha atención dentro la coyuntura actual, al área de pensiones, debido al inicio de operaciones de la Gestora Pública de Seguridad Social de Largo Plazo (GESTORA) que ya empezó a

prestar servicio al público en general sobre sus aportes y el pago de pensiones en virtud del Decreto Supremo N° 4585, 2021.

Esta entidad pública viene a sustituir a las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP) de Previsión y Futuro que son

¹ Profesional/consultor en Estadística(s), candidato al Doctorado en Políticas Públicas de la UMSA, ha ejercido laboralmente en el área de estadística de entidades públicas y privadas para la elaboración de estadísticas e indicadores.
ORCID: [0000-0003-2557-7079](https://orcid.org/0000-0003-2557-7079)

entidades bajo administración privada, las mismas estuvieron funcionando desde 1997, periodo en el cual la Seguridad Social de Bolivia paso de un Sistema de Reparto (SR) a un Sistema de Capitalización Individual (Ley N° 1732, 1996) y que desde 2010 forman parte del Sistema Integral de Pensiones (SIP) (Ley N° 65, 2010).

En este contexto una de las críticas que los políticos, académicos, jubilados y demás actores de la sociedad boliviana, se centraron fue en la rentabilidad que se obtiene con las inversiones que los fondos del SIP realizan en diversos instrumentos financieros.

Esta preocupación nace debido a que, si los retornos a las inversiones de los fondos del SIP tienen una buena evolución, entonces las pensiones otorgadas a los jubilados también tendrán un mejor ajuste (Alvarez Arnal, 2023).

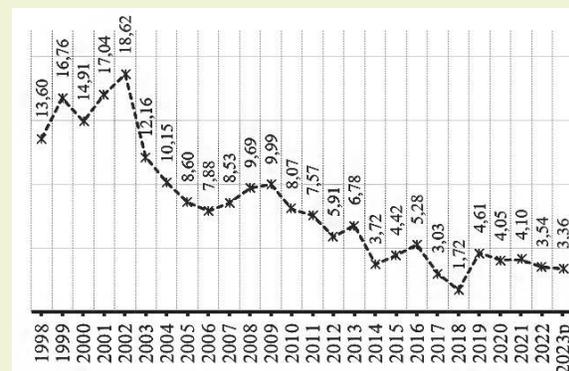
El rendimiento total de estos fondos depende de qué tipos de instrumentos o productos financieros se hayan adquirido, y qué distribución se haya realizado entre los diferentes instrumentos seleccionados que existen en los mercados financieros a los que estos fondos pueden acceder.

En la actualidad el rendimiento de los fondos del SIP está cerca al 3.36% para marzo de 2023 (MEFP, 2023), habiendo alcanzado un máximo en 2002 con un 18.62%, sin embargo, este valor elevado de 2002 se debió a la transferencia de recursos de las reservas de riesgo común y riesgo profesional a las empresas de Seguros (SPVS, 2002).

Desde la caída en 2018, donde la rentabilidad de los fondos del SIP alcanzó un mínimo de 1,72%, esto debido a una contracción del mercado de valores boliviano y las AFP's hizo que tuvieran que invertir en otras alternativas menos rentables (Fundacion Milenio, 2019), pero desde 2019 esta rentabilidad se ha ido recuperando y estabilizándose en el 3.36%

para el primer trimestre de 2023.

Figura 1: Rentabilidad Anual de los Fondos del SIP, 1998-2023p (p): Datos preliminares a marzo de 2023.



Fuente: Autoridad de Fiscalización y Control de Pensiones y Seguros.
Elaboración: Viceministerio de Pensiones y Servicios Financieros.

Es en este sentido que existe una problemática que las AFP's y ahora la GESTORA debe afrontar, con el fin de mejorar los beneficios otorgados a los jubilados actuales y el capital de los aportantes o futuros jubilados.

1.1. Antecedentes

El proceso de selección de cuáles instrumentos financieros se deben adquirir y la distribución de la inversión de recursos entre cada uno de ellos, es un tema muy desarrollado, particularmente la metodología que dió los cimientos de la diversificación de carteras de inversión, es la planteada por Harry Markowitz el 1952 (Romero Moreno, 2010), la cual asume la existencia de k alternativas de inversión, donde para cada una se destinan X_i por ciento de recursos disponibles, y se espera un retorno de r_i de cada uno de ellos (Markowitz, 1952), además de incluir la matriz de varianzas y covarianzas de los k instrumentos $\Sigma = \{\sigma_{ij}\}$, como una cuantificación de riesgo del conjunto de instrumentos, planteando así los siguientes modelos de optimización:

El Modelo Primal, se centra en maximizar la rentabilidad total “ r ” eligiendo la participación X_i de los k instrumentos disponibles, pero esta elección y distribución

está sujeta a un nivel de riesgo dado “ v_0 ”, planteándose como:

$$\text{Max}_r(r) = \sum_{i=1}^k X_i * r_i \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} X_i &\geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, k \\ \sum_{i=1}^k X_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k X_i * X_j * \sigma_{ij} &\leq v_0 \end{aligned}$$

Bajo este enfoque se restringe que las participaciones de cada instrumento son nulas ó positivas, que la suma de las participaciones de los instrumentos da 100% del portafolio, y que el nivel de riesgo medido a través de la varianza de la rentabilidad total “ r ” está sujeta a un nivel de riesgo dado “ v_0 ”.

El Modelo Dual, se trata de minimizar el riesgo “ v ” pero bajo la condición de mantener una rentabilidad fija de “ r_0 ”, es decir:

$$\text{Min}_v(v) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k X_i * X_j * \sigma_{ij} \quad (2)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} X_i &\geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, k \\ \sum_{i=1}^k X_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^k X_i * r_i &\geq r_0 \end{aligned}$$

Bajo cualquiera de los dos enfoques, el modelo de Markowitz, dá muchas luces desde un enfoque estadístico del manejo de carteras de inversión.

En el contexto nacional esta estrategia no se ha desarrollado del todo, a pesar de la parsimonia en su planteamiento y manejo, sin embargo, se tienen experiencias relacionadas en áreas como la bolsa de valores.

Tal es el caso aplicado a las Sociedades Administradoras de Fondos de Inversión (SAFI), además de la aplicación de *Análisis Cluster* para agrupar los diversos productos financieros, logrando resultados satisfactorios al hallar portafolios de mínima varianza (Coira, 2015).

Otra experiencia en el contexto nacional, presenta alternativas de portafolio y los límites de frontera eficientes de las estrategias óptimas de los fondos del SIP enfocados en 3 grupos de instrumentos financieros (Tarquino Aduviri, 2022).

1.2. Problemática

Si bien se han desarrollado varias aplicaciones, no se pormenoriza sobre los algoritmos utilizados en la obtención de dichos portafolios óptimos.

1.3. Objetivo

Se busca desarrollar desde un enfoque estadístico la determinación del portafolio óptimo mediante el planteamiento del Modelo de Markowitz usando para esto la Programación Cuadrática y el algoritmo de Goldfarb-Idani.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Programación Cuadrática

En el área de investigación operativa, cuando se busca establecer los puntos óptimos de funciones bajo diferentes restricciones, se hace dos grandes diferencias para su desarrollo, la programación lineal aplicando variantes del método simplex y la programación no lineal, dentro de esta segunda, una particular forma es la Programación Cuadrática.

Sea x un vector variable n dimensional, sean además a un vector fijo n dimensional, sea G una matriz cuadrada simétrica positiva definida de $n \times n$, sea b un vector m dimensional y C una matriz $n \times m$, se define el problema de programación cuadrática como:

$$\text{Min}_x f(x) = a' * x + \frac{1}{2} * x' * G * x \quad (3)$$

Sujeto a:

$$C' * x - b \geq 0$$

Para nuestro caso este enfoque planteado

por Goldfarb (Goldfarb & Idnani, 1983), se asemeja al Modelo Dual, ya que G representa la matriz de varianzas y covarianzas, a sería el vector de costo nulo, C y b contienen las diferentes restricciones lineales de suma unitaria, así como la de restringir valores positivos y presentar un rendimiento mínimo.

Si bien existen alternativas como la de inclusión de multiplicadores de *Lagrange* y proceder mediante el método Simplex, para la resolución de (3) se optó por el uso del algoritmo más ampliamente usado denominado algoritmo de Goldfarb-Idani, el cual parte de la existencia de condiciones activas determinadas por la matriz N_1 de dimensión $n \times m'$ con $m' < m$, y acotada por el vector reducido b_A , definiéndose ahora como:

$$\text{Min}_x f(x) = a' * x + \frac{1}{2} * x' * G * x \quad (4)$$

Sujeto a:

$$N_1 * x - b_A \geq 0$$

Previamente se aplicó la descomposición de Cholesky a la matriz G , mediante $G=K * K'$, en donde a su vez K se define como $K=L*\sqrt{D}$ estando compuesto por los autovectores de G en L y los eigenvalores de G en la matriz diagonal D .

El paso inicial es tomar el punto inicial $x_0 = K^{-1} * K' * a$, el segundo paso es verificar si cumple las condiciones establecidas $N_1 * x_0 - b_A \geq 0$, y la condición original $C' * x - b \geq 0$ si se cumplen todas, se detiene el algoritmo y se establece el óptimo, caso contrario se pasa a una nueva iteración.

El tercer paso es elegir la condición que no se cumple en incorporarla a N_1 , conformando la nueva matriz N_2 , a la par se calcula la nueva dirección z_1 del punto inicial x_1 en base a x_0 , mediante $x_1 = x_0 + t * z_1$, donde z_1 es una matriz resultado de la descomposición de G , y t es un valor escalar obtenido en base a los valores de b_A y N_1 . (Horowitz & Afonso, 2002), con este nuevo vector se verificará

las condiciones previas en caso contrario se procederá a nuevas interacciones.

2.2. Información disponible

La información sobre los retornos a las inversiones del SIP, se dispone de manera periódica a través del Boletín Semestral del Sistema Integral de Pensiones que el Ministerio de Economía y Finanzas Públicas difunde en su portal web (MEFP, 2022), la misma se basa en información oficial que la Autoridad de Fiscalización y Control de Pensiones y Seguros – APS para los periodos 2006-2021.

2.3. Procesamiento de la información

Tabla 1: Estadísticas Descriptivas por instrumento seleccionados

Instrumentos*	Promedio* (%)	Desv. (%)
B. Largo Plazo (BOB)	4,86	0,88
B. Largo Plazo (UFV)	7,07	8,56
B. Largo Plazo (USD)	4,97	2,64
B. Bancarios Bursátiles (BOB)	4,17	0,54
B. Bancarios Bursátiles (USD)	3,10	2,07
B. Deuda Soberana Emitido en el Extranjero (USD)	4,99	1,78
B. del TGN No Obligatorio (BOB)	4,59	2,94
B. del TGN No Obligatorio sin Cupones (BOB)	3,40	1,62
B. del TGN Obligatorio (UFV)	5,93	8,81
Cupones del TGN (BOB)	3,03	1,26
DPF Ent. Bancarias con Cupones (BOB)	3,54	0,54
DPF Ent. Bancarias con Cupones (USD)	3,08	2,36
DPF Ent. Bancarias sin Cupones (BOB)	4,13	2,35
DPF Ent. Bancarias sin Cupones (USD)	3,27	1,87
Pagares Bursátiles (BOB)	3,91	1,57
Pagares Bursátiles (USD)	3,26	2,13
Valores Titulanzados de Deuda (BOB)	5,42	2,76

(*) Promedios simples para el periodo 2006-2021.

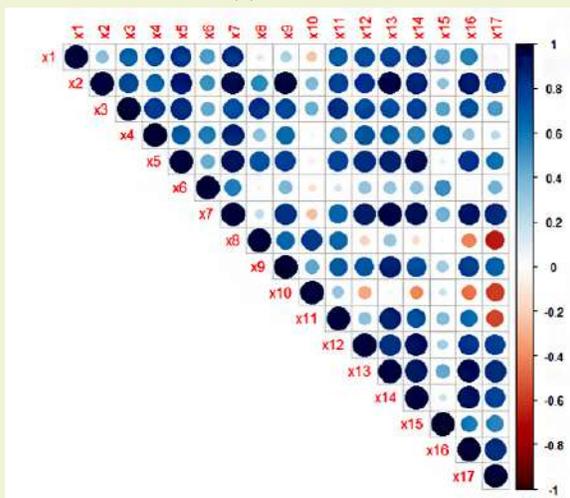
Fuente: Ministerio de Economía y Finanzas Públicas con información de la Autoridad de Fiscalización y Control de Pensiones y Seguros, Elaboración: Propia.

Previo a la implementación del algoritmo se delimitó el análisis de los diferentes instrumentos financieros a un conjunto más reducido.

Se delimitó a este conjunto de instrumentos, debido a la continuidad de las inversiones que las AFP optaron en el periodo 2006-2021 (instrumentos con series de datos continuadas).

Optimización de Portafolios de Markowitz para los Fondos de Pensiones en Bolivia

Figura 2: Correlograma de los 17 productos financieros (*) Periodo 2006-2021.



Fuente: MEFP con información de la Autoridad de Fiscalización y Control de Pensiones y Seguros – APS, Elaboración: Propia.

Para la estimación de matriz de varianzas y covarianzas, se calcularon las mismas usando emparejamientos uno a uno, excluyendo según parejas de datos que contengan valores perdidos.

3. RESULTADOS

Con la matriz de varianzas y covarianzas de los 17 instrumentos financieros $\Sigma_{17 \times 17}$ y el vector de retornos esperados R_{17} , se planteó el Modelo Dual, y aplicó el algoritmo de Goldfarb-Idani, manteniendo fijos los rendimientos en un término promedio como se muestra en la Tabla 1.

Tras realizar diferentes escenarios para niveles de rentabilidad asumidos de entre $3.8 \leq r_0 \leq 6.0$ en el modelo dual, este proceso permitió conseguir las siguientes distribuciones de portafolios.

El Modelo Dual, para minimizar el riesgo “ v ” sujeto a un nivel de rentabilidad dado “ $r_0 = 3,8$ ”, planteándose como:

$$\text{Min}_v(v) = \sum_{i=1}^{17} \sum_{j=1}^{17} X_i * X_j * \sigma_{ij} \quad (5)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} X_i &\geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, 17 \\ \sum_{i=1}^{17} X_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^{17} X_i * r_i &\geq r_0 = 3,8 \end{aligned}$$

Para iniciar el algoritmo se usó una solución de asignación uniforme o constante entre los 17 instrumentos, es decir que $\vec{x}_0 = (\frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{17})$ ya que sus componentes suman la unidad (1) y todos son valores positivos, con estos insumos se aplicaron reiteradamente 9 niveles de rentabilidad y se establecieron portafolios de mínimo riesgo.

Tabla 2: Rentabilidad, riesgo y distribución de portafolios obtenidos de mínimo riesgo, por escenario.

ESCENARIO	1ro	2do	3ro	4to	5to	6to	7mo	8vo	9no
Rentabilidad total	3,8	4,0	4,2	4,5	4,8	5,0	5,2	5,5	6,0
Riesgo total	0,2	0,2	0,3	0,4	0,6	0,9	2,3	6,3	18,6
Distribución									
BLP -bob	-	2,4	18,6	44,9	71,8	65,0	48,6	24,9	-
BLP -ufv	-	-	-	-	-	-	10,2	25,9	48,5
BLP -usd	-	-	-	-	-	-	-	-	-
BBB -bob	40,8	56,8	56,2	36,1	4,4	-	-	-	-
BBB -usd	-	-	-	-	-	-	-	-	-
BDS Em Extr. -usd	-	-	-	2,4	7,9	13,1	27,2	48,5	51,5
BTGN NOb -bob	-	-	-	-	-	-	-	-	-
BTGN NOb s. Cup -bob	-	-	-	-	-	-	-	-	-
BTGN Ob -ufv	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CTGN -bob	8,3	6,4	9,8	8,6	5,4	-	-	-	-
DPF EB Cup. -bob	46,2	28,9	9,5	-	-	-	-	-	-
DPF EB Cup. -usd	-	-	-	-	-	-	-	-	-
DPF EB s. Cup. -bob	-	-	-	-	-	-	-	-	-
DPF EB s. Cup. -usd	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PBursátiles -bob	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PB -usd	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VTit Deuda -bob	4,7	5,4	5,9	8,0	10,5	21,9	13,9	0,8	-

Elaboración: Propia.

Cada uno de estos portafolios resultan en niveles de riesgo total que oscila entre $0.2 \leq \sigma_{\min} \leq 18.6$, tal como se muestra a continuación.

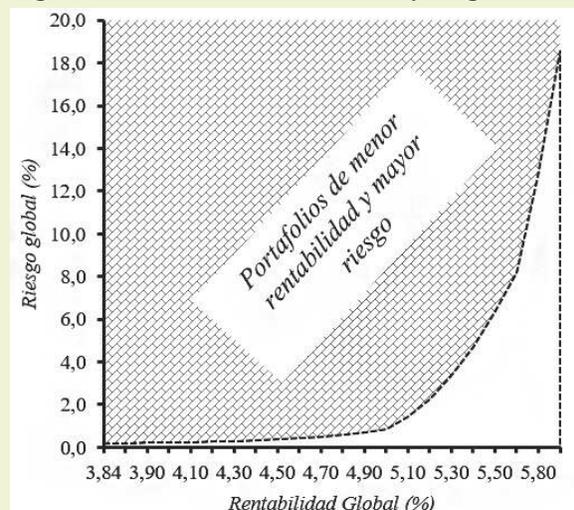
Con el fin de verificar la principal denominación de portafolio de “mínimo riesgo”, se procedió a simular un total de cinco mil tuplas de estos instrumentos financieros, para los cuales se calculó la rentabilidad total “ r ” y el riesgo observado “ σ ”.

En la Figura 4, se puede evidenciar la que la frontera eficiente del portafolio obtenido al minimizar la función de riesgo cuadrática es la óptima.

El portafolio de menor riesgo (0,2) expuesto en el 1er escenario concentrado en Bonos Bancarios Bursátiles emitidos en Bolivianos,

el cual coloca un 40,8% de los fondos, en Depósitos a Plazo Fijo de Entidades Bancarias con cupones emitidos en Bolivianos con un 46.2%.

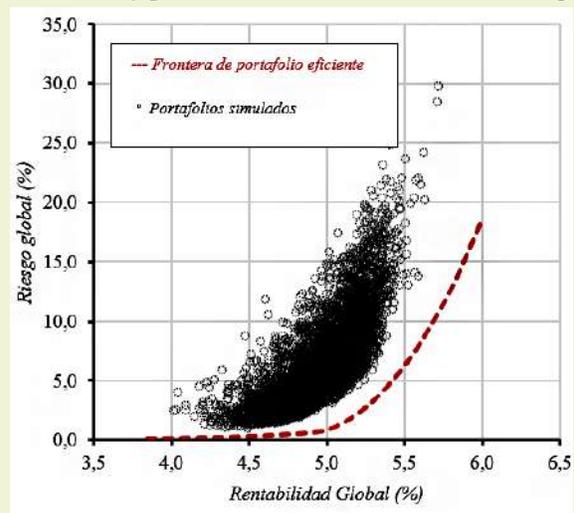
Figura3: Relación entre rentabilidad y riesgo mínimo



Elaboración: Propia.

El 4to escenario que presenta una rentabilidad del 4,5% y un riesgo de 0,4, siendo el que mayor diversificación presenta, con inversiones distribuidas en cinco instrumentos, el mayor en Bonos de Largo Plazo (en Bs) con un 44,9%, seguido de 36,1% en Bonos Bancarios Bursátiles, Cupones del TGN con un 8,6% entre otros más.

Figura 4: Dispersograma entre portafolios simulados y portafolios eficientes de mínimo riesgo



Elaboración: Propia.

En el otro extremo se tiene el portafolio de mayor riesgo con un 18,6, el mismo tiene inversiones de Bonos de Largo Plazo con 48.5%, Bonos de Deuda Soberana emitidos en el extranjero con un 51.5%. Sin embargo, cabe recalcar que este portafolio está demasiado concentrado en solo dos instrumentos, lo cual va en contra de la diversificación de riesgos que siempre se desea.

4. DISCUSIÓN

Si bien los resultados logrados permiten obtener una solución factible a través de la programación cuadrática, y el algoritmo Goldfarb - Idani, las críticas y limitantes al modelo de Markowitz se sostienen principalmente en:

- Se limita al manejo de datos históricos, pero no permite la incorporación cualitativa de expertos como si lo permiten los modelos bayesianos.
- La diversificación de los portafolios es muy limitada, lo cual puede incidir en la concentración de riesgos latentes.
- Se debe tener mucho cuidado en las previsiones futuras de la rentabilidad de cada uno de los instrumentos “ri”, ya que su pronóstico es un tema que escapa al presente trabajo.
- Asume la estabilidad y rigidez de la estructura de la matriz de varianzas y covarianzas, lo cual no siempre se puede asumir completamente.
- Por otro lado, el contexto actual boliviano sobre el mercado de capitales tiene sus características que limitan su aplicación de manera masiva, estas son:
- El mercado de Bolivia es predominantemente de tipo renta fija (depósitos a plazo fijo, bonos, etc.), teniendo la renta variable una evolución

de 0,6% de inversiones en 1995, llegando a máximos de 4,82% en 2016 y de 2,28% en 2020 (Alipaz Portugal, 2023), lo cual no permite medir un riesgo como tal y lo que se expone es el comportamiento de estos retornos anuales. Esto a diferencia de otros casos como los de mercados de capitales que operan en Chile o Colombia donde la bolsa de valores de éstos países tiene una mayor participación en su economía y los productos de renta variable son más importantes.

- Desde los años 90s la normativa sobre el Mercado de Valores ha sido adversa, llegando incluso al cierre y disolución de la poco conocida Bolsa de Valores de Santa Cruz de la Sierra S.A. (Obe & Cuellar, 2022).
- No permite incluir un componente de liquidez que los fondos de pensiones necesitan, ya que los jubilados demandan liquidez para el pago sus pensiones.

5. CONCLUSIONES

Se han desarrollado diversos escenarios con el algoritmo planteado para el modelo de Markowitz, además de verificar gráficamente la frontera eficiente de los portafolios de riesgo mínimo para al menos cinco mil alternativas.

A la par, se ha establecido las limitantes del modelo de Markowitz, y las características del mercado de capitales en Bolivia y su preferencia por los instrumentos por renta fija.

Queda pendiente la inclusión de limitantes de tipo restricción de % mínimos o máximos de inversión, ya que algunas inversiones deben ser analizadas con mayor detalle, por poseer posibles cambios o percances en los mercados financieros, como son inflación, tipos de cambio, u otros.

Se aclara, además, que a pesar de que el portafolio de mayor rentabilidad conseguido por el algoritmo obtenido fue del 6% de rentabilidad, el que supera al reportado por las AFP con un 3.36%, o incluso el 4.4% de la gestora para marzo de 2023, está muy concentrado en dos alternativas de inversión, lo cual incidiría en una baja diversificación del riesgo.

Algunas limitantes en el desarrollo del trabajo fueron la continuidad de los diferentes instrumentos financieros de inversión, con lo cual se optó por el cálculo de correlaciones por pares, así también la baja diversificación resultante en los portafolios obtenidos.

Si bien se reportaron los rendimientos generados por cada instrumento financiero, acceder a los rendimientos e inversiones de cada una las AFP sería más enriquecedor, pues se podría analizar en cuál de ellas se obtienen mejores rendimientos para que los asegurados puedan elegirlos por sí mismos.

Conflicto de intereses

El autor declara que no hay conflicto de intereses con respecto a la publicación de este documento.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

Alipaz Portugal, D. A. (2023). Las Inversiones Financieras en el Mercado de Valores Boliviano: 1989 – 2021. La Paz: Universidad Mayor de San Andres. Obtenido de <https://repositorio.umsa.bo/bitstream/handle/123456789/31675/T-2769.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Alvarez Arnal, A. (12 de Enero de 2023). Fundacion Milenio. Obtenido de La baja rentabilidad de los fondos de pensiones lastra las jubilaciones: <https://fundacion-milenio.org/coy-492-la-baja-rentabilidad-de-los-fondos-de-pensiones-lastra-las-jubilaciones/>

- Coira, D. (10 de Septiembre de 2015). Modelo de portafolio para fondos de inversión a través del análisis cluster y la teoría de Markowitz. Obtenido de Banco Central de Bolivia: https://www.bcb.gob.bo/eeb/sites/default/files/8eeb/docs/Diego_Coria.pdf
- Decreto Supremo N° 4585. (15 de Septiembre de 2021). Inicio de Actividades de la Gestora Publica de Seguridad Social de Largo Plazo. La Paz, Bolivia.
- Fundacion Milenio. (27 de Febrero de 2019). Fundacion Milenio. Obtenido de Coy 416 – Impactos del crédito al sector productivo: <https://fundacion-milenio.org/coy-416-impactos-del-credito-al-sector-productivo/>
- Goldfarb, D., & Idnani, A. (1983). A numerically stable dual method for solving strictly convex quadratic programs. *Mathematical Programming*, 1–33. Doi: <http://dx.doi.org/10.1007/BF02591962>
- Horowitz, B., & Afonso, S. (2002). Quadratic programming solver for structural optimisation using SQP algorithm. *Advances in Engineering Software* 33, 669–674. Doi: [https://doi.org/10.1016/S0965-9978\(02\)00066-2](https://doi.org/10.1016/S0965-9978(02)00066-2)
- Ley de Pensiones N° 65. (10 de Diciembre de 2010). La Paz, Bolivia.
- Ley N° 1732 de Pensiones. (29 de Noviembre de 1996). La Paz, Bolivia.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1, 77–91. doi: <https://doi.org/10.2307/2975974>
- Ministerio de Economía y Finanzas Publicas. (junio de 2022). Viceministerio de Pensiones y Servicios Financieros. Obtenido de Boletín Económico Semestral del Sistema Integral de Pensiones: https://repositorio.economiayfinanzas.gob.bo/documentos/VPSF/DGP/Boletines/Semestral/Bolet%C3%ADn_SIP_Diciembre22.pdf
- Ministerio de Economía y Finanzas Publicas. (Marzo de 2023). Viceministerio de Pensiones y Servicios Financieros. Obtenido de Boletín Mensual de Pensiones: https://repositorio.economiayfinanzas.gob.bo/documentos/VPSF/DGP/Boletines/Mensual/2023/Boletin_2303.pdf
- Obe, J. M., & Cuellar, G. (2022). Historia de la bolsa de valores de Santa Cruz de la Sierra S.A. y causas de su cierre. Universidad Católica Boliviana “San Pablo”, Sede Cochabamba., 95-120.
- Romero Moreno, C. (2010). La teoría moderna de portafolio. Un ensayo sobre sus formulaciones originales y sus repercusiones contemporáneas. *Odeon* núm. 5, 103-118. Obtenido de <http://www.redalyc.org/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=53220677003>
- Superintendencia de Pensiones, Valores y Seguros. (2002). La Autoridad de Supervisión del Sistema Financiero (ASFI). Obtenido de <https://www.asfi.gob.bo/images/ASFI/DOCS/MEMORIAS/SPVS/SPVS2002.pdf>
- Tarquino Aduviri, J. (2022). Rentabilidad del portafolio del inversiones del sistema integral de pensiones. Obtenido de <https://repositorio.umsa.bo/bitstream/handle/123456789/29991/T-2713.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

HJ-BIPLLOT COMO METODOLOGÍA EXPLORATORIA PARA EL ANÁLISIS MULTIDIMENSIONAL DE LOS OBJETIVOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE (ODS) A NIVEL MUNICIPIOS EN BOLIVIA

HJ-BIPLLOT AS AN EXPLORATORY METHODOLOGY FOR THE MULTIDIMENSIONAL ANALYSIS OF THE SUSTAINABLE DEVELOPMENT GOALS (SDG) AT THE MUNICIPALITY LEVEL IN BOLIVIA

Carlos Fernando Silva Viamonte¹
Universidad de Salamanca, Salamanca, España,
✉ fersilvania@usal.es

Artículo recibido: 02/01/2024
Artículo aceptado: 28/03/2024

RESUMEN

La Agenda 2030 y los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) se presentan como oportunidades clave para reconsiderar prácticas y abordar los desafíos de desarrollo, medir y analizar el cumplimiento de estos objetivos es de vital importancia para una planificación objetiva. Por tanto, se destaca la importancia de un análisis estadístico multidimensional descriptivo, tales como, las técnicas de análisis Biplot, metodologías usadas por ciencia de datos, inteligencia artificial y machine learning, como un nuevo paradigma para comprender la información de manera más profunda y como base para el diseño de políticas con alto impacto social. La medición continua y evaluación de indicadores ODS se consideran esenciales para ajustar y mejorar las políticas públicas a lo largo del tiempo. En este sentido, el artículo presenta el HJ-Biplot como una técnica de análisis multivariante, una herramienta analítica avanzada para interpretar grandes volúmenes de información, en este caso, el cumplimiento a los ODS a nivel municipio, logrando clústeres a nivel departamental y nacional de estos de acuerdo a la similitud y disimilitud como insumo para el diseño de políticas públicas objetivas y de alto impacto.

Palabras clave: Estadística multivariante, métodos Biplot, HJ-Biplot, ODS, Clústeres.

ABSTRACT

The 2030 Agenda and the Sustainable Development Goals (SDGs) are presented as key opportunities to reconsider practices and address development challenges. Measuring and analyzing compliance with these goals is of vital importance for objective planning. Therefore, the importance of a descriptive multidimensional statistical analysis is highlighted, such as Biplot analysis techniques, methodologies used by data science, artificial intelligence and machine learning, as a new paradigm to understand information in a deeper way and as a basis for the design of policies with high social impact. The continuous measurement and evaluation of SDG indicators are considered essential to adjust and improve public policies over time. In this sense, the article presents the HJ-Biplot as a multivariate analysis technique, an advanced analytical tool to interpret large volumes of information, in this case, compliance with the SDGs at the departmental and municipal level, achieving clusters of these according to their similarity and dissimilarity.

Key words: Multivariate statistics, Biplot methods, HJ-Biplot, SDGs (Sustainable Development Goals), Clusters.

¹ Coordinador de Gerencia General del Banco de Desarrollo Productivo BDP-SAM, Licenciado en Administración de Empresas, Máster en Estadística Aplicada, Máster en Economía, Doctor en Investigación. Estudiante de Doctorado en Estadística Multivariante Aplicada. ORCID: [0000-0001-5117-6565](https://orcid.org/0000-0001-5117-6565).

1. INTRODUCCIÓN

Todos los días nos enfrentamos a un mundo cada vez más interconectado, complejo, inestable y sobre todo rápidamente cambiante, los nuevos retos se añaden a los ya conocidos. Los niveles de pobreza y desigualdad en nuestro país, el cambio climático; la violencia e inseguridad social; la digitalización y la robotización de nuestras vidas muestran que nos desenvolvemos en un contexto claramente complejo y es oportuno e importante entenderlo, aprender y desarrollar instrumentos que nos ayuden a tomar las mejores decisiones para enfrentarlo y aprovechar de sus características, de sus cualidades y de las oportunidades que nos brinda.

Bolivia tiene ventajas comparativas y capacidades tanto en el sector público como en el privado, para articular políticas públicas y acciones colectivas en el marco de la nueva agenda global de desarrollo sostenible. En ese sentido, la Agenda 2030 está ya en el centro de todas las mesas de discusión del mundo, Bolivia y todos los gobiernos subnacionales no deberían ser la excepción.

Lograr que el mundo sea más sostenible y equitativo en 2030 solo se alcanzará si se tiene un entendimiento real de la situación en la que vivimos, para ello, debemos definir nuevas herramientas y metodologías de análisis objetivas, que se caractericen por la rigurosidad matemática y estadística necesaria dejando de lado los métodos de trabajo convencionales. En ese entendido, trabajar con firmeza hacia una evaluación técnica científica y a partir de ello diseñar nuevas estrategias y políticas más eficientes para consolidar un consumo y producción sostenibles, una distribución igualitaria de los recursos y un enfoque transversal por los derechos humanos y por ende la mejora de la calidad de vida de los habitantes.

Un análisis estadístico descriptivo desde una perspectiva multidimensional, en términos de cantidad y variabilidad hoy se constituye en un nuevo paradigma en el que se justifica la ciencia de datos, la inteligencia artificial y el *Machine Learning*, técnicas estadísticas que nos ayudarán a analizar e interpretar la información con un enfoque completamente distinto a las técnicas convencionales de tal forma que nos ayudarán a diseñar políticas objetivas y de alto impacto social minimizando el uso de recursos escasos necesarios.

2. METODOLOGÍA

Los antecedentes básicos para el presente trabajo se constituyen en todo aquello que se desarrolló en los últimos años en el marco de dos temáticas independientes y al mismo tiempo complementarios.

Inicialmente, se tiene todo lo referido a los Objetivos de Desarrollo Sostenible ODS en cuanto a su diseño, su socialización e implementación en el mundo y por otro lado, está el desarrollo de la ciencia de datos, específicamente la inteligencia artificial, el *Big Data*, el *Machine Learning* y todas las técnicas de análisis de datos en términos matemático estadísticos que se vienen desarrollando e implementando como una herramienta fundamental a la hora de darle un valor agregado a la información, a través de diferentes algoritmos que se programan en diferentes softwares, y que en estos últimos años han dado la posibilidad de trabajar con grandes volúmenes de información e identificar patrones que antes la estadística clásica no podía identificar.

Dada la agenda ambiciosa que tienen los países, Bolivia no es la excepción, con los 17 Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) que componen la Agenda 2030, objetivos universales determinados y ratificados, en

2015, por los 193 países que conforman la Asamblea General de la Organización de las Naciones Unidas (ONU). Que básicamente apunta a un mundo sin pobreza, con gente saludable, educada y productiva, viviendo en comunidades prósperas con todas sus necesidades básicas satisfechas. Con el propósito de ir mejorando es necesario establecer evaluaciones periódicas acerca de la situación en la que se encuentran estos objetivos con sus respectivas metas a través del uso de herramientas que ayuden a interpretar y explorar la información de manera multidimensional.

Los datos usados en este artículo provienen del Atlas Municipal de los Objetivos de Desarrollo Sostenible en Bolivia 2020, este dossier presenta una ficha de diagnóstico multidimensional por municipio. El territorio de Bolivia se divide política y administrativamente en departamentos, provincias, municipios y Territorios Indígena Originario Campesino (TIOCs). El Atlas nos da la oportunidad de contar con datos agregados a nivel país, datos correspondientes a los nueve departamentos y datos que corresponden a cada uno de los 339 municipios.

2.1 Objetivos del estudio.

El objetivo fundamental es explorar a través de la técnica HJ-Biplot los ODS's municipales desde una perspectiva multidimensional, es decir, la identificación de los municipios de acuerdo al cumplimiento de sus ODS's y de esa forma, crear clústeres de acuerdo a la similaridad de los mismos a nivel nacional y departamental.

HJBiplot es una técnica poderosa que se puede utilizar para visualizar y analizar la relación entre variables en un conjunto de datos multivariante con alta calidad de representación a nivel municipio y

cumplimiento de ODS's (medidos de 0 a 1, donde valores mayores, cercanos a 1 siempre son mejores, y un valor de 0,5 significa que el municipio está en la mitad del camino hasta el valor óptimo, mientras que un valor de 0,75 significa que está en tres cuartos del camino).

2.2 Métodos Biplot.

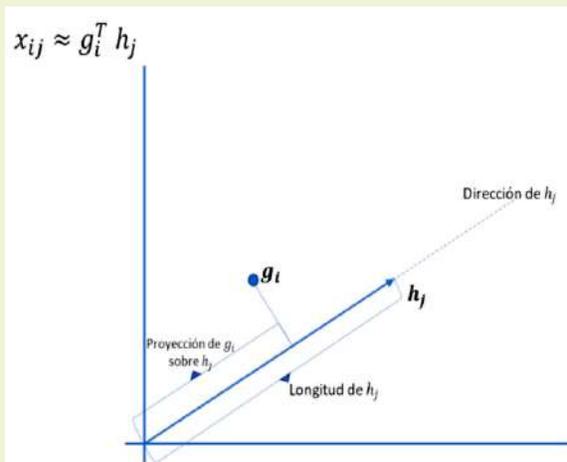
Los métodos Biplot fueron propuestos inicialmente por Gabriel (1971) como representaciones gráficas de datos multivariantes, es decir, al igual que un diagrama de dispersión muestra la distribución conjunta de dos variables, un Biplot representa tres o más variables (Gabriel y Odoroff, 1990); son pues, técnicas multivariantes. Usualmente, las filas de la matriz son representadas mediante puntos (marcadores fila) y las columnas con vectores (marcadores columna), siguiendo la terminología introducida por el autor.

Formalmente se definen de la siguiente manera: un Biplot para una matriz de datos $X_{n \times p}$ (arreglo rectangular con n filas y p columnas) es una representación gráfica mediante marcadores $g_1, g_2, g_3, \dots, g_n$ para las filas de la matriz de datos X y $h_1, h_2, h_3, \dots, h_p$ para las columnas de X , de forma que el producto escalar $g_i^T h_j$ aproxime el elemento x_{ij} de la matriz de partida, tan bien como sea posible (Gabriel, 1971). El producto escalar, en el que se basa, es un concepto matemático que en un principio podría suponer una barrera para el usuario, pero su traducción geométrica es sencilla. En este documento, por ejemplo, los datos están contenidos en una matriz $X_{339 \times 15}$ que tiene en filas los 339 municipios del Estado Plurinacional de Bolivia y en columnas, los 15 ODS. Así, para cada fila i (cada municipio en nuestro caso) y cada columna j (indicadores de cumplimiento de los ODS) aparece en la matriz de datos un valor x_{ij} que es el valor de ese marcador j para

el municipio i . Un Biplot permite representar la fila i de la matriz de datos (un municipio) con el marcador g_i y la columna j con el vector h_j , de forma que al proyectar el punto g_i sobre el vector h_j , esa proyección coincide con el valor que ese centro ha tenido para ese indicador.

El interés práctico reside en que el orden de las proyecciones de cada marcador fila sobre un marcador columna reproduce el orden de la matriz de partida, de forma que analizando la posición de cada unidad (municipio) sobre cada variable (indicador de cumplimiento del ODS), es posible ordenar las unidades en función del valor que toman en ese indicador, y eso puede hacerse para todos y cada uno de los indicadores (ver Figura 1).

Figura 1 Representación geométrica del producto escalar

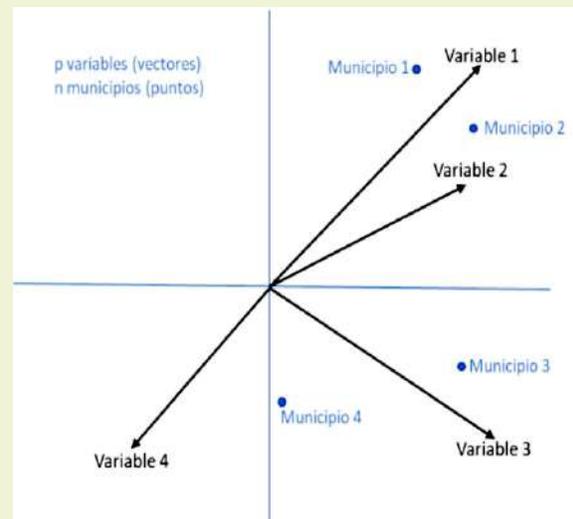


Hay infinitas formas de representar un Biplot pero solo algunas tienen propiedades interesantes en el análisis de datos. Los Biplots propuestos originalmente por Gabriel (1971) fueron dos: JKBiplot, en el cual las filas son representadas con la máxima calidad de representación (fiabilidad de las posiciones de los puntos que representan a los centros) y GH-Biplot en el cual las columnas son representadas con la máxima calidad, pero no las filas.

Galindo (1986) propone el HJ-Biplot como una representación gráfica multivariante de los datos de una matriz $X_{n \times p}$, mediante marcadores $j_1, j_2, j_3, \dots, j_n$ para las filas y $h_1, h_2, h_3, \dots, h_p$ para las columnas, elegidos de forma que ambos marcadores puedan ser superpuestos en un mismo sistema de referencia con máxima calidad de representación. Al presentar filas y columnas idéntica bondad de ajuste es posible interpretar no sólo la posición de las filas y de las columnas, sino también las relaciones fila-columna. Los ejes que conforman el sistema de referencia son las Componentes Principales del espacio de los indicadores.

Las reglas para la interpretación del HJ-Biplot son una combinación de las reglas empleadas en otras técnicas como el Escalamiento Multidimensional, el Análisis de Correspondencias, el Análisis Factorial y los Biplots clásicos (Galindo y Cuadras, 1986). En la Figura 2 se muestra un ejemplo con cuatro variables y cuatro individuos (municipios).

Figura 2 Interpretación HJ-Biplot.



El análisis se ha llevado a cabo a través del programa MultiBiplot desarrollado por

HJ-Biplot como metodología exploratoria para el análisis multidimensional de los objetivos de desarrollo sostenible (ODS) a nivel municipios en Bolivia

Vicente-Villardón (2010) en el entorno de programación orientado a matrices MATLAB.

Para la selección del tipo de Cluster se han aplicado, con fines exploratorios, Cluster jerárquicos y se ha afinado la solución mediante los métodos no jerárquicos, en concreto, se usó el método K-means y como medida la distancia euclídea.

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

Para la primera parte se han retenido tres ejes factoriales pues, de esa forma, se consigue una inercia acumulada muy elevada de 83,6%, más que suficiente para caracterizar, con garantías, los municipios en relación a las variables de alcance de los objetivos de desarrollo.

Tabla 1 Valores propios y varianza explicada

Ejes	Eigenvalor	Var. Expl.	Inercia
			Acumulada
Eje 1	1666889.97	65.651	65.651
Eje 2	326143.74	12.845	78.496
Eje 3	128796.25	5.073	83.569
Eje 4	97398.83	3.836	87.405
Eje 5	79182.02	3.119	90.523

Fuente: Elaboración propia.

Atendiendo a las contribuciones del factor al elemento para las columnas (ver Tabla 2), se observa que todas las variables han de interpretarse en el plano factorial 1-2, a excepción del ODS15, que queda mejor recogido en el plano 1-3.

En cuanto a las filas, de los 339 municipios todos han quedado bien recogidos en los tres primeros ejes.

Tabla 2 Calidad de representación para columnas

Columna	Ejes		
	Eje 1	Eje 2	Eje 3
ODS1	488	458	1
ODS2	546	1	60
ODS3	833	89	12
ODS4	17	303	5
ODS5	777	67	11
ODS6	631	158	0
ODS7	13	818	3
ODS8	297	81	12
ODS9	641	177	1
ODS10	482	125	17
ODS11	700	150	6
ODS13	674	74	76
ODS15	35	2	775
ODS16	829	30	10
ODS17	940	3	0

Elaboración: Propia.

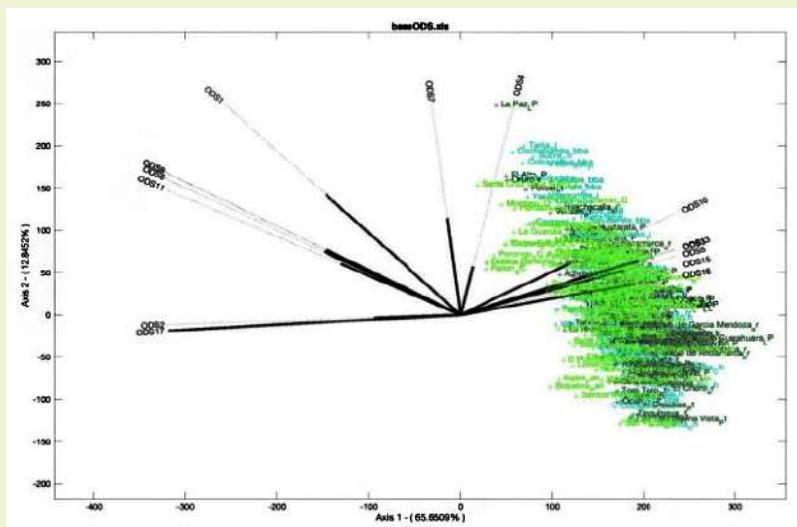
3.1. Análisis del impacto y la colaboración: plano 1-2

En el Biplot se muestra el gráfico factorial del plano 1-2 (Gráfico 1), donde la inercia acumulada asciende al 78,5%. Los cumplimientos de los objetivos de desarrollo sostenible (es decir, el cumplimiento de la agenda de los Objetivos de Desarrollo Sostenible) se representan mediante vectores, mientras que los municipios se identifican mediante puntos, cuya etiqueta incluye el nombre y la abreviación al departamento al que pertenecen.

Estos vectores indican la relación existente o inexistente y si la misma es directa y fuerte o no, como se observa en el Gráfico 1, podríamos dividir a las variables (cumplimiento de los objetivos) en tres grupos.

El grupo 1, con los objetivos ODS5, ODS8, ODS10, ODS13, ODS15 y ODS16 con una relación muy fuerte por el ángulo que forman sus vectores, de la misma forma, el grupo 2, se tienen los objetivos ODS1, ODS9, ODS6 y ODS11, y el grupo 3 con los objetivos los ODS2 y ODS17.

Gráfico 1 Representación factorial resultante del HJ-Biplot, plano 1-2



Existen otras relaciones, aunque son más débiles. Adicionalmente se puede observar que entre el grupo 1 y grupo 2 existe una relación inversa debido a que el ángulo entre los vectores, se aproximan a 180°. Finalmente, entre el grupo 1 y grupo 2 respecto al grupo 3, se puede observar una relación casi nula por ser perpendiculares entre si.

Con respecto a las filas (los municipios) se puede ver claramente que los mismos se ubican prácticamente en una misma área

lo que indica que presentan las mismas características o similares en lo que respecta al grupo 1 (Igualdad de Género, Trabajo Decente y Crecimiento Económico, Reducción de Las Desigualdades, Vida de Ecosistemas Terrestres y Paz Justicia e Instituciones Sólidas). También se encuentran cerca de los vectores ODS4 y ODS7 (Educación de Calidad y Energía Asequible y No Contaminante), principalmente el municipio de La Paz respecto al objetivo Educación de Calidad con 83,2% de cumplimiento.

Gráfico 2 Correlación entre vectores (cumplimiento de los objetivos)

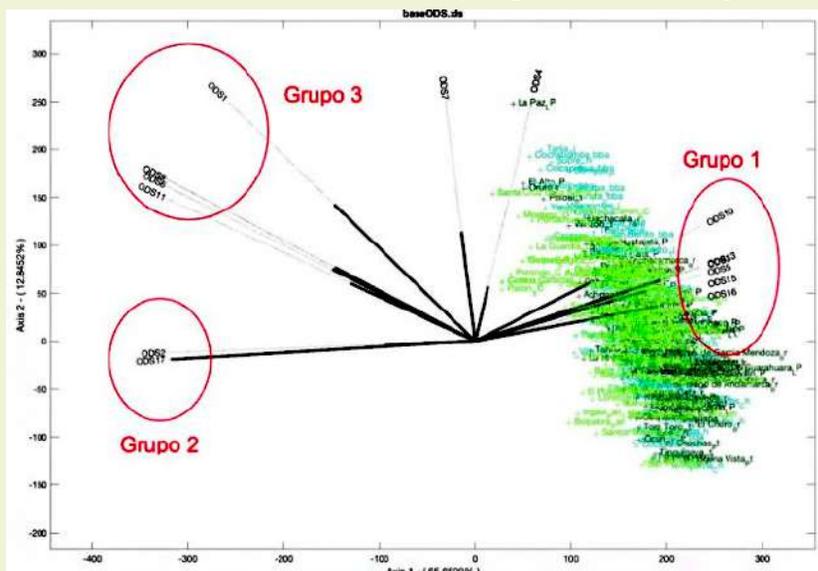
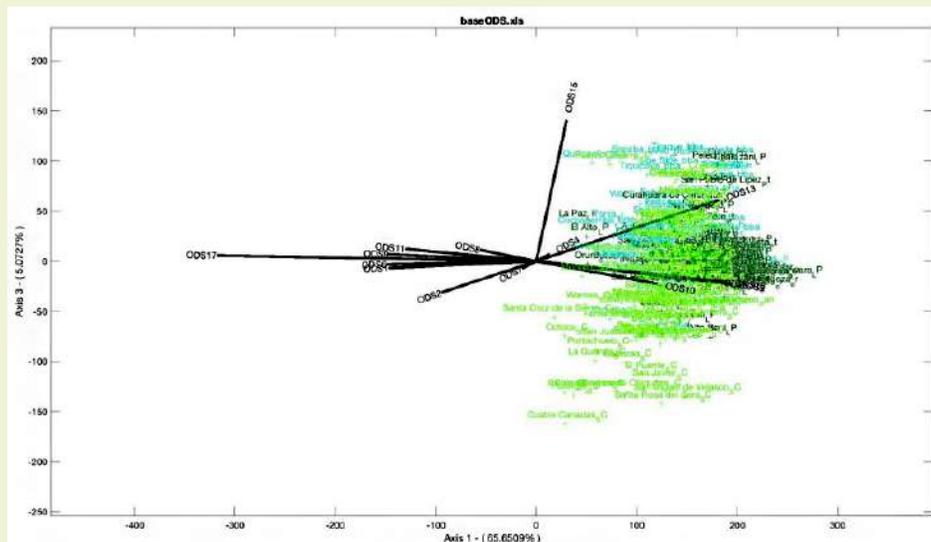


Gráfico 3 Representación factorial resultante del HJ- Biplot, Plano 1-3



En el caso del plano 1-3, el eje 3 tiene una absorción de la inercia parcial que alcanza 5.03%, ambos ejes alcanzan 70% como se puede apreciar en el Gráfico 3, solo el ODS15 (vida de ecosistemas terrestres) parece ser independiente de los otros objetivos de desarrollo sostenible.

3.2. Clúster según tipo de cumplimiento a los ODS

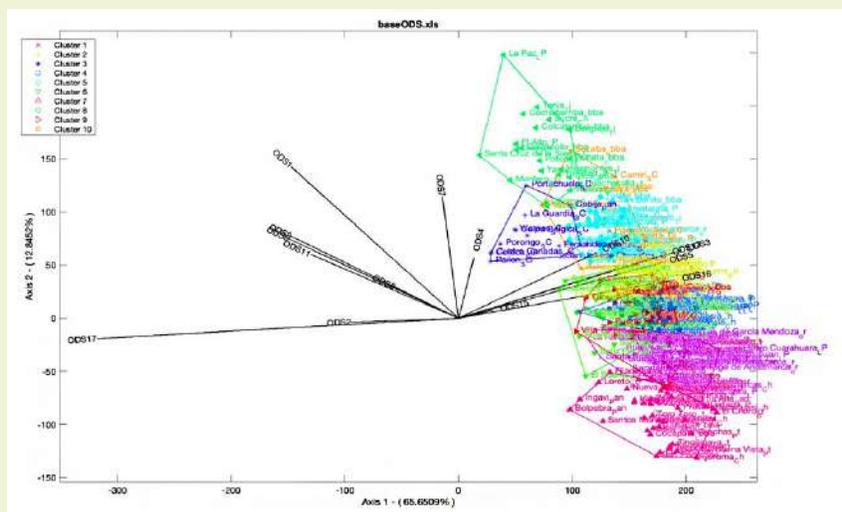
A través de las coordenadas Biplot se han calculado los Clusters (método K-means, distancia euclídea), en este caso se solicitaron el cálculo de 10 clusters. Se observa en el gráfico 4 la representación factorial donde los centros forman conglomerados en función de su comportamiento en las variables (objetivos) ODS3, ODS5, ODS10, ODS13 y ODS16 (Salud y Bienestar, Igualdad y Género, Reducción de Las Desigualdades, Acción por El Clima y Vida de Ecosistemas Terrestres, Respectivamente). En el [Anexo 1](#) Tabla Municipios y sus clústeres para método k-means clústeres para biplot scorese, se pueden observar la composición de cada uno de los clústeres, se puede destacar inmediatamente que para

las ciudades más grandes en población se encuentran en el clúster 10 agrupadas en función al comportamiento de las variables ODS4 (Educación de Calidad), debido a sus características generales en términos de similitud del cumplimiento de los objetivos de desarrollo sostenible. Se puede destacar el clúster 7 con 47 municipios y la agrupación principalmente depende de la variable ODS10 (Reducción de las Desigualdades). En general se puede observar que los clústeres tienen un bajo cumplimiento de los ODS1, ODS2, ODS6, ODS8, ODS9, ODS11 y el ODS17 (Fin de La Pobreza, Hambre Cero, Agua Limpia y Saneamiento, Trabajo Decente y Crecimiento Económico, Ciudades y Comunicadas Sostenibles y Alianzas para Lograr Objetivos, respectivamente). La mayoría de los grupos se caracteriza por un buen cumplimiento en la variable ODS16, debido a que en los últimos años se han consolidado las formas de articulación de las instituciones y organizaciones sociales principalmente territoriales en los municipios más rurales. También se destaca el aporte de la variable ODS5 (Equidad de Género) en las agrupaciones, esto debido a las diferentes políticas enfocadas a la búsqueda de igual y

equidad de genero como a Ley Integral para Garantizar a las Mujeres una Vida Libre de Violencia (Ley 348), la participación de la mujer en cargos de liderazgo en las estructuras de poder político principalmente, los movimientos sociales y organizaciones

de mujeres que han desempeñado un papel muy importante en la pasada década y otros factores donde las mujeres se destacaron cambiando y sensibilizando a la sociedad en general.

Gráfico 4 Representación factorial del HJ Biplot por clúster, plano 1-2



Las calidades de representación para cada conglomerado en el plano 1-2 se exponen en la tabla 3 (medida que proporciona información sobre la precisión con la que las variables y las observaciones están representadas en el biplot), en este caso es alta en la mayoría de los clústeres para el plano 1-2, con calidad media para los clústeres 4, 5 y 9. Estas medidas se calculan como parte del proceso

de construcción del biplot en el análisis HJ-Biplot, después de calcular los ejes principales y las coordenadas de las variables y observaciones en el espacio biplot, se pueden calcular las medidas de calidad de representación para evaluar la relevancia y la contribución de cada variable y observación al análisis.

Tabla 3 Conglomerados y calidades de información de representación plano 1-2

CLUSTER	n	Coord-1	Coord-2	QLR - 1	QLR - 2	QLRA 1- 2
Clúster 1	35	177,66	-33.929	90.015	32.832	93.298
Clúster 2	21	165,97	-100,75	70.639	26,03	96.668
Clúster 3	37	176,76	-65,27	86.436	11.786	98.222
Clúster 4	22	126,47	78.826	68.223	0,26502	68.488
Clúster 5	30	157,44	38.693	78.988	0,047707	79.036
Clúster 6	62	156,63	27.857	96.125	30.406	99.166
Clúster 7	47	129,55	79.455	71.935	27,06	98.994
Clúster 8	46	168,6	-13,99	97.262	0,66971	97.931
Clúster 9	16	68.085	81,59	22.381	32.141	54.522
Clúster 10	23	74.839	152,04	18.996	78.405	97.401

***HJ-Biplot* como metodología exploratoria para el análisis multidimensional de los objetivos de desarrollo sostenible (ODS) a nivel municipios en Bolivia**

El clúster 6 es el que tiene a mayor cantidad de municipios (62), también destaca el clúster 9 con 16 municipios (el clúster más pequeño) que se caracteriza por municipios de tamaño medio, la mayoría ubicados en el departamento de Santa Cruz y la ciudad de Cobija, capital del departamento de Pando.

En segundo lugar, se encuentran los clústeres 2 y 4 con 21 y 22 municipios respectivamente, en este sentido, si se quiere diseñar políticas a nivel nacional de acuerdo al cumplimiento de los objetivos de desarrollo, los clústeres del 1 al 10 muestran aquellos que tienen menos disimilaridad de acuerdo a un análisis multidimensional, tomando en cuenta la reducción del espacio de 15 dimensiones a 2, perdiendo muy poca información.

3.3. Resultados a nivel departamental

El objetivo del presente documento no solo es mostrar una herramienta de análisis estadístico multidimensional que ayude a identificar municipios que tengan una similaridad en términos de cumplimiento de los 15 objetivos medidos en el Atlas, en ese sentido, además se puede observar adicionalmente la relación entre cada una de las columnas o variables entre sí y los municipios, pero con la idea de brindar adicionalmente una herramienta que nos ayude a plantear políticas de desarrollo local focalizadas, podemos estratificar los resultados a nivel departamental, ya que la información así nos lo permite.

De esta manera, se presenta el HJ-Biplot a nivel departamental y su clusterización. Una de las principales ventajas de este método consiste en determinar cuáles son las variables (ODS y nivel de cumplimiento) responsables de la configuración de los diferentes clusters. De esa forma, se quiere determinar las diferentes configuraciones que los clústeres tienen en los diferentes planos factoriales, analizando sus contribuciones relativas del

factor al elemento de las variables (Ver [Anexo 2](#) Clusters por departamento).

En este sentido se tiene en los gráficos a continuación la aplicación de la metodología HJ-Biplot y el proceso de clusterización por departamento. Se destaca en todos los casos la existencia de diferencias importantes en el cumplimiento de los diferentes ODS's de acuerdo al tamaño de los municipios en términos de población, aquellos municipios grandes como las ciudades capitales y ciudades intermedias grandes siempre están agrupadas en un clúster, a continuación municipios intermedios en otro clúster y finalmente un grupo con los municipios más alejados, pequeños y pobres. Para el caso del departamento de La Paz, se tiene los municipios de La Paz y El Alto, como las ciudades más pobladas con cumplimiento principalmente de los ODS4 (Educación de Calidad), ODS7 (Energía Asequible y No Contaminante) y ODS8 (Trabajo Decente y Crecimiento Económico) entre otras.

Para todos los departamentos la retención al segundo eje mínimo es de 77.958% de inercia acumulada, más que suficiente para caracterizar, con garantías, los alcances a los objetivos de desarrollo sostenible y sus respectivos municipios, (las tablas de los valores propios y varianzas explicadas se pueden ver en el [Anexo 3](#)).

Las calidades de representación para cada conglomerado en el plano 1-2 se exponen en el [Anexo 4](#), para cada departamento, donde se destaca la calidad en todos los clústeres por encima del 95%, para el departamento de La Paz por encima del 92.456, Cochabamba tiene más del 83.172%, el departamento de Oruro una calidad de representación mínima de 94.432% para el clúster 4, Potosí para su segundo clúster una calidad mínima de 96.186, Tarija una calidad de representación mínima de 81.855, el departamento de Santa

Cruz en su cuarto clúster tiene una calidad de presentación de 88.0471 siendo esta la mínima de los clústeres construidos, el Beni con una calidad mínima de representación de 89.254 y el departamento de Pando con calidad mínima de 74.467, para su primer clúster siendo este el menor de todos los departamentos.

4. DISCUSIÓN

Los resultados de la revisión bibliográfica realizada ponen de manifiesto que los métodos Biplot han logrado un creciente desarrollo desde su formulación en 1971, en el que Ruben Gabriel introduce el GH y el JK Biplot; el MANOVA Biplot de una vía en 1972, el MANOVA Biplot para tablas de 2 vías, en 2004; HJ Biplot en 1986, Biplot Canónico en 1992, Modelos AMMI GGE Biplot en 2001, Biplot para datos composicionales, en 2002, MANOVA Biplot para tablas de 3 vías en 2004, Biplot Logístico externo en 2008, el HJ Biplot inferencial, en 2015, el Biplot Logístico Nominal en 2016, Biplot Logístico Ordinal en 2016, y el HJ Biplot Composicional en 2016.

Este artículo se ha analizado la distribución de los municipios en función a la implementación y alcance de los Objetivos de Desarrollo ODS Sostenible medidos y expuestos en el Atlas de los ODS 2020 mediante la técnica HJ-Biplot que permite realizar una representación gráfica de datos multivariantes en el que filas y columnas pueden ser superpuestas en un mismo sistema de referencia con máxima calidad de representación.

Así, el estudio permite observar que las características analizadas son, en parte, dependientes de cada departamento y/o de cada municipio ya que estos tienden a posicionarse en la misma zona de los gráficos factoriales resultantes. Sin embargo, existe también cierta heterogeneidad intra-

municipio, de forma que los municipios grandes que tienen ciudades capitales caracterizados por grandes poblaciones respecto al departamento muestran la mayor homogeneidad, mientras que los municipios pequeños presentan mayor variedad de comportamientos entre sí mismos de un departamento a otro.

El análisis de los datos a nivel multidimensional ha puesto de manifiesto que los municipios, se pueden agrupar de manera que se tomen en cuenta sus variables más débiles, así como las más fuertes para identificar disimilaridades entre ellas y así establecer políticas públicas que generen una especie de economías de escala, que reduzcan costos eliminando la duplicidad de actividades y así ser más eficientes.

El artículo permite analizar el comportamiento específico de cada municipio, y su situación en el contexto de su cumplimiento a los ODS a nivel nacional y departamental. Así, es posible identificar municipios que se salen del patrón general de departamento, y determinar qué faceta de su cumplimiento les hace singulares.

5. CONCLUSIONES

En conclusión, el HJ-Biplot se ha revelado como una herramienta de análisis multivariante sumamente útil en el análisis de datos económico sociales, en este caso cumplimientos a los ODS en la etapa descriptiva. La técnica, ha resultado muy buena al ser aplicable a cualquier matriz de datos y la posibilidad de detectar qué indicadores sociales son los responsables de las agrupaciones de los municipios.

La aplicación del HJ-Biplot al estudio de los ODS nos ha permitido caracterizar la actividad de los municipios en cuanto a su comportamiento sobresaliente o singular, que

los diferencia o no del resto de municipios en términos de cumplimiento de sus ODS's a nivel nacional y departamental.

Finalmente, es importante destacar, que a partir, de la implementación de la técnica HJ-Biplot se obtuvieron un conjunto de conglomerados a nivel nacional (Ver [Anexo 1](#)) y departamental (Ver [Anexo 2](#)), destacan a nivel nacional el cumplimiento distinto que tienen los municipios más grandes respecto de los pequeños, en el caso de los valores más altos están las ciudades como La Paz, El Alto, Cochabamba, Santa Cruz, Montero, etc. se encuentran en un clúster (Clúster 10), por otro lado, están los municipios con valores bajos de cumplimiento, en otro clúster (Clúster 2) como Poroma en Chuquisaca, San Pedro de Buena Vista en Pando, Tinguipaya

en Potosí, entre otros, que concuerda con los municipios de más bajo Índice Municipal de Desarrollo Sostenible.

Toda el análisis multidimensional puede servir de base para la implementación de políticas que nos ayuden a mejorar y/o alcanzar objetivos de desarrollo con el fin de dar cumplimiento a nuestros compromisos internacionales y así alcanzar metas que nos lleven a tener la oportunidad de vivir una vida digna en función a nuestros propios esfuerzos.

6. CONFLICTO DE INTERESES

El autor declara que no hay conflicto de intereses con respecto a la publicación de este documento.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

- Aitchison, J. (1982). The Statistical Analysis of Compositional Data. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 44(2), 139–160.
<https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1982.tb01195.x>
- Aitchison, J. (1997). The one-hour course in compositional data analysis or compositional data analysis is simple. In in: V. Pawlowsky-Glahn (Ed.), *Proceedings of IAMG'97 – The III Annual Conference of the International Association for Mathematical Geology*. (Vols. I, II and addendum, p. 3-35). Barcelona: International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE).
- Aitchison, J., & Greenacre, M. (2002). Biplots of compositional data. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 51(4), 375–392.
<https://doi.org/10.1111/1467-9876.00275>
- Aitchison, J., Barceló-Vidal, C., Egozcue, J. J., & Pawlowsky-Glahn, V. (2002). A concise guide for the algebraic-geometric structure of the simplex, the sample space for compositional data analysis. In *Proceedings of Eighth Annual Conference of the International Association for Mathematical Geology*. (Vol. 2, pp. 387-392).
- Alcaraz Lamana, A.; Alonso Torres, P. (2019). La contribución de las universidades a la Agenda 2030. *Unitat de Cooperació, Servei de Relacions Internacionals i Cooperació Universitat de València*
- Amaratunga, D., & Cabrera, J. (2016). High-dimensional data. *Journal of the National Science Foundation of Sri Lanka*, 44(1).
- Amaro, I. R. (2001). *Manova biplot para diseños con varios factores, basado en modelos lineales generales multivariantes*. [Tesis doctoral]. Universidad de Salamanca, España.

- Amaro, I. R., Vicente-Villardón, J. L. y, & Galindo-Villardón, P. (2004). MANOVA BIPLLOT para arreglos de tratamientos con dos factores basado en modelos lineales generales multivariantes. *Interciencia*, 29(1), 26–32.
- Baccalá, N. (2004). *Contribuciones al Análisis de Matrices de Datos Multivía: tipología de las variables*. [Tesis doctoral]. Universidad de Salamanca, España, Spain.
- Becker, H. C. (1981). Correlations among some statistical measures of phenotypic stability. *Euphytica*, 30(3), 835–840.
- Benzécri, J. P. (1973). *L'analyse des données* (Vol. 2). Paris: Dunod.
- Berman, J. J. (2013). *Principles of big data: preparing, sharing, and analyzing complex information*. Newnes.
- Billheimer, D., Guttorp, P., & Fagan, W. F. (2001). Statistical Interpretation of Species Composition. *Journal of the American Statistical Association*, 96(456), 1205–1214.
<https://doi.org/10.1198/016214501753381850>
- Blázquez, A. (1998). *Análisis biplot basado en modelos lineales generalizados*. [Tesis doctoral]. Universidad de Salamanca, España.
- Bodor, A., Csabai, I., Mahoney, M. W., & Solymosi, N. (2012). rCUR: an R package for CUR matrix decomposition. *BMC Bioinformatics*, 13(1), 103. <https://doi.org/10.1186/1471-2105-13-103>
- Braak, C. J. Ter, & Looman, C. W. (1994). Biplots in reduced-rank regression. *Biometrical Journal*, 36(8), 983–1003.
- Bradu, D., & Gabriel, K. R. (1974). Simultaneous statistical inference on interactions in two-way analysis of variance. *Journal of the American Statistical Association*, 69(346), 428–436.
- Bradu, D., & Gabriel, K. R. (1978). The biplot as a diagnostic tool for models of two-way tables. *Technometrics*, 20(1), 47–68.
- Breiman, L. (1995). Better Subset Regression Using the Nonnegative Garrote. *Technometrics*, 37(4), 373–384.
<https://doi.org/10.1080/00401706.1995.10484371>
- Cadima, J., & Jolliffe, I. T. (1995). Loading and correlations in the interpretation of principle compenents. *Journal of Applied Statistics*, 22(2), 203–214.
<https://doi.org/10.1080/757584614>
- Cárdenas, O. C., & Galindo, M. P. (2004). Biplot con información externa basado en modelos bilineales generalizados.
- Cárdenas, O., Noguera, C., Galindo, M. P., & Vicente-Villardón, J. L. (2003). El uso de información externa en aproximaciones Biplot. *Revista Venezolana de Análisis de Coyuntura*, 9(2), 257–276.
- Cárdenas, O., Noguera, C., Galindo, P., & Vicente-Villardón, J. L. (2006). An alternative to principal components regression based on Regression Biplot. *INTERCIENCIA*, 31(3), 160–167.
- Carlier, A., & Kroonenberg, P. M. (1996). Decompositions and biplots in threeway correspondence analysis. *Psychometrika*, 61(2), 355–373.
- Chessel, D., Dufour, A., & Thioulouse, J. (2004). *The ade4 package-I-One-table methods*. Pdfs.Semanticscholar.Org.

***HJ-Biplot* como metodología exploratoria para el análisis multidimensional de los objetivos de desarrollo sostenible (ODS) a nivel municipios en Bolivia**

- Chessel, D., Dufour, A.B., Dray, S., Jombart, T., Lobry, J.R., Ollier, S. y, & Thioulouse, J. (2013). *ade4*. R package version 1.5-2: analysis of ecological data: exploratory and Euclidean methods in environmental sciences. cran.rproject.org/package=ade4, 2013.
- Choulakian, V. (1996). Generalized bilinear models. *Psychometrika*, 61(2), 271–283.
- Cortés-Rodríguez, M., & Sánchez-Barba, M. (2013). Biplot de datos composicionales: una herramienta útil en el estudio de test psicológicos. Universidad de Salamanca, España.
- Crossa, J., Cornelius, P. L., & Yan, W. (2002). Biplots of linear-bilinear models for studying crossover genotype× environment interaction. *Crop Science*, 42(2), 619–633.
- Crossa, J., Gauch, H. G., & Zobel, R. W. (1990). Additive main effects and multiplicative interaction analysis of two international maize cultivar trials. *Crop Science*, 30, 493–500.
- Cubilla-Montilla, M., Nieto-Librero, A.-B., Galindo-Villardón, M. P., Vicente Galindo, M. P., & Garcia-Sanchez, I.-M. (2019). Are cultural values sufficient to improve stakeholder engagement human and labour rights issues? *Corporate Social Responsibility and Environmental Management*, 26(4), 938–955. <https://doi.org/10.1002/csr.1733>
- D'Aspremont, A., El Ghaoui, L., Jordan, M. I., & Lanckriet, G. R. G. (2007). A Direct Formulation for Sparse PCA Using Semidefinite Programming. *SIAM Review*, 49(3), 434–448. <https://doi.org/10.1137/050645506>
- De Falguerolles, A. (1996). Generalized bilinear models and generalized biplots: some examples. *Publications Du Laboratoire de Statistique et Probabilités*.
- Demey, J. R. (2008). Diversidad genética en bancos de Germoplasma: un enfoque Biplot.
- Denis, J. B. (1991). Ajustements de modèles linéaires et bilinéaires sous contraintes linéaires avec données manquantes. *Revue de Statistique Appliquée*, 39(2), 5–24.
- Donoho, D. L., & Johnstone, I. M. (1994). Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. *Biometrika*, 81(3), 425–455. <https://doi.org/10.1093/biomet/81.3.425>
- Dray, S., Dufour, A.B., Chessel, D. (2007). The *ade4* package-II: Two-table and Ktable methods. *R Journal*, 7(2), 47–52.
- Drineas, P., Kannan, R., & Mahoney, M. (2006). Fast Monte Carlo algorithms for matrices III: Computing a compressed approximate matrix decomposition. *SIAM, Journal on Computing*, 36(1), 184–206.
- Drineas, P., Mahoney, M. W., & Muthukrishnan, S. (2008). Relative-Error CUR Matrix Decompositions. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 30(2), 844–881. <https://doi.org/10.1137/07070471X>
- Eckart, C., & Young, G. (1936). The approximation of one matrix by another of lower rank. *Psychometrika*, 1(3), 211–218.
- Eckart, C., & Young, G. (1939). A principal axis transformation for non-Hermitian matrices. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 45(2), 118–121.
- Efron, B., & Tibshirani, R. (1994). An introduction to the bootstrap.

- Efron, B., & Gong, G. (1983). A leisurely look at the bootstrap, the jackknife, and cross-validation. *The American Statistician*, 37(1), 36–48.
- Efron, B., Hastie, T., Johnstone, I., & Tibshirani, R. (2004). Least angle regression. *The Annals of Statistics*, 32(2), 407–499.173
- Efron, Bradley. (1979). Computers and the Theory of Statistics: Thinking the Unthinkable. *SIAM Review*, 21(4), 460–480. <https://doi.org/10.1137/1021092>
- Egido, J. (2014). dynBiplotGUI. R package versión 1.0.1. cran.rproject.org/web/packages/dynBiplotGUI.
- Erichson, N., Zheng, P., Manohar, K., Brunton, S., Kuetz, J., & Aravkin, A. (2018). Sparse Principal Component Analysis via Variable Projection. ArXiv Preprint ArXiv:1804.00341.
- Fan, J., & Li, R. (2001). Variable Selection via Nonconcave Penalized Likelihood and its Oracle Properties. *Journal of the American Statistical Association*, 96(456), 1348–1360. <https://doi.org/10.1198/016214501753382273>
- Farcomeni, A. (2009). An exact approach to sparse principal component analysis. *Computational Statistics*, 24(4), 583–604. <https://doi.org/10.1007/s00180-008-0147-3>
- Faria, J. C., & Demetrio, C. G. B. (2012). Biplot of multivariate data based on principal components analysis. R package version 1.02. URL <http://cran.rproject.org/package=bpca>.
- Fernández-Gómez, M. J. (1995). Contribuciones al análisis multivariante directo del gradiente mediante estudio combinado de configuraciones espaciales. [Tesis doctoral]. Universidad de Salamanca, España.
- Fisher, R. A. (1936). The use of mutiple measurements in taxonomic problems. *Annals of Eugenics*, 7(2), 179–188. <https://doi.org/10.1111/j.1469-1809.1936.tb02137>
- Friedman, J., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2010). Regularization paths for generalized linear models via coordinate descent. *Journal of Statistical Software*, 33(1), 1.
- Frieze, A., Kannan, R., & Vempala, S. (2004). Fast Monte-Carlo algorithms for finding low-rank approximations. *Journal of the ACM (JACM)*, 51(6), 1025–1041.
- Frutos, E., & Galindo, M. P. (2013). GGEBiplotGUI. R package version 1.0-6: interactive GGE biplots in R. cran.r-project.org/package=GGEBiplotGUI,
- Gabriel, K. R. (1971). The biplot graphic display of matrices with application to principal component analysis. *Biometrika*, 58(3), 453–467.
- Gabriel, K. R. (1972). Analysis of Meteorological Data by Means of Canonical Decomposition and Biplots. *Journal of Applied Meteorology*, 11(7), 1071–1077. [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1972\)011<1071:AOMDBM>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1972)011<1071:AOMDBM>2.0.CO;2)
- Gabriel, K. R. (1995). “MANOVA biplots for two-way contingency tables.” In: W.J. Krzanowski (Ed.), *Recent Advances in Descriptive Multivariate Analysis*, Oxford: Clarendon Press.
- Gabriel, K. R. (1998). Generalised bilinear regression. *Biometrika*, 85(3), 689–700.

HJ-Biplot como metodología exploratoria para el análisis multidimensional de los objetivos de desarrollo sostenible (ODS) a nivel municipios en Bolivia

- Gabriel, K. R., & Odoroff, C. L. (1990). Biplots in biomedical research. *Statistics in Medicine*, 9(5), 469–485. <https://doi.org/10.1002/sim.4780090502174>
- Galindo, M. P. (1986). Una alternativa de representacion simultanea: HJ-Biplot. *Qüestiió: Quaderns d'estadística i Investigación Operativa*, 10(1), 13–23.
- Galindo, M. P., & Cuadras, C. M. (1986). Una extensión del método Biplot y su relación con otras técnicas. *Publicaciones de Bioestadística y Biomatemática*, 17.
- Gandomi, A., & Haider, M. (2015). Beyond the hype: Big data concepts, methods, and analytics. *International Journal of Information Management*, 35(2), 137–144.
- Gauch, H. G. (1988). Model selection and validation for yield trials with interaction. *Biometrics*, 705–715.
- Gauch, H. G., & Zobel, R. W. (1989). Accuracy and selection success in yield trial analyses. *Theoretical and Applied Genetics*, 77(4), 473–481. <https://doi.org/10.1007/BF00274266>
- Gollob, H. F. (1968). A statistical model which combines features of factor analytic and analysis of variance techniques. *Psychometrika*, 33(1), 73–115.
- Goreinov, S., Tyrtshnikov, E. E., & Zamarashkin, N. L. (1997). A theory of pseudoskeleton approximations. *Linear Algebra and Its Applications*, 261(1–3), 1–21.
- Goreinov, S. A., & Tyrtshnikov, E. E. (2001). The maximal-volume concept in approximation by low-rank matrices. *Contemporary Mathematics*, 280, 47–52.
- Gower, J. C. (1992). Generalized biplots. *Biometrika*, 79(3), 475–493.
- Gower, J. C., & Hand, D. J. (1995). *Biplots* (Vol. 54). CRC Press.
- Gower, J. C., & Hand, D. J. (1996). *Biplots*. Chapman&Hall, London UK.
- Gower, J. C., & Harding, S. A. (1988). Nonlinear biplots. *Biometrika*, 75(3), 445–455.
- Graffelman, J. (2012). Calibrate: calibration of scatterplot and biplot axes. R package version 1(1). URL cran.r-project.org/package=calibrate, 2012.
- Greenacre, M. J. (1984). *Correspondence analysis*. London: Academic Press.
- Greenacre, M. J. (1993). Biplots in correspondence analysis. *Journal of Applied Statistics*, 20(2), 251–269. <https://doi.org/10.1080/02664769300000021>
- Greenacre, M., & Nenadic, O. (2012). The ca R package version 0.53: simple, multiple and joint correspondence analysis. cran.r-project.org/package=ca.
- Hashem, I. A. T., Yaqoob, I., Anuar, N. B., Mokhtar, S., Gani, A., & Khan, S. U. (2015). The rise of “big data” on cloud computing: Review and open research issues. *Information Systems*, 47, 98–115.
- Hausman, R. E. (1982). Constrained multivariate analysis. In: Zanakis SH, Rustagi JS (eds). *Optimisation in Statistics*. North-Holland, Amsterdam, 137–151.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Selección de la muestra en Metodología de la Investigación*. México: McGrawHill. 175
- Hernández Sánchez, J. C. (2016). Biplot logístico para datos nominales y

- ordinales. [Tesis Doctoral]. Universidad de Salamanca, España.
- Hernández Suárez, M., Molina Pérez, D., Rodríguez-Rodríguez, E., Díaz Romero, C., Espinosa Borreguero, F., & Galindo-Villardón, P. (2016). The Compositional HJ-Biplot—A New Approach to Identifying the Links among Bioactive Compounds of Tomatoes. *International Journal of Molecular Sciences*, 17(11), 1828.
- Hernández, J. C., & Vicente-Villardón, J. L. (2013a). Nominal Logistic Biplot. R package version 0.1: biplot representations of categorical data. cran.rproject.org/web/packages/NominalLogisticBiplot/index.html.
- Hernández, J. C., & Vicente-Villardón, J. L. (2013b). Ordinal Logistic Biplot. R package version 0.2: ordinal logistic biplots. cran.rproject.org/web/packages/OrdinalLogisticBiplot/index.html.
- Hernández, S. (2005). Biplots robustos. [Tesis doctoral]. Universidad de Salamanca, España.
- Hernández, S., & Galindo-Villardón, M. P. (2006). BIPROB: UN MÉTODO PARA OBTENER UN BIPLLOT ROBUSTO. *Investigación Operacional*, 27(3), 287–299.
- Hoerl, A. E., & Kennard, R. W. (1970). Ridge Regression: Biased Estimation for Nonorthogonal Problems. *Technometrics*, 12(1), 55–67. <https://doi.org/10.1080/00401706.1970.10488634>
- Hofstede, G. (2011). Dimensionalizing cultures: The Hofstede model in context. *Readings in Psychology and Culture*, 2(1), 8.
- Hotelling, H. (1933). Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of Educational Psychology*, 24(6), 417.
- Jolliffe, I. T. (1995). Rotation of principal components: choice of normalization constraints. *Journal of Applied Statistics*, 22(1), 29–35. <https://doi.org/10.1080/757584395>
- Jolliffe, I. T., & Uddin, M. (2000). The Simplified Component Technique: An Alternative to Rotated Principal Components. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 9(4), 689–710. <https://doi.org/10.1080/10618600.2000.10474908>
- Jolliffe, I. T., Trendafilov, N. T., & Uddin, M. (2003). A Modified Principal Component Technique Based on the LASSO. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 12(3), 531–547. <https://doi.org/10.1198/1061860032148>
- Kempton, R. A. (1984). The use of biplots in interpreting variety by environment interactions. *The Journal of Agricultural Science*, 103(1), 123–135.
- La Grange, A. M., Le Roux, N. J., Rousseeuw, I. R., & Tukey, J. W. (2009). BiplotGUI: interactive biplots in R. R package version 0.0-7. cran.rproject.org/package=BiplotGUI.
- Lafortune, G., Fuller, G., Moreno, J., Schmidt-Traub, G., Kroll, C. (2018). SDG Index and Dashboards: Detailed Methodological paper. Paris: Sustainable Development Solutions Network (SDSN).
- Mahoney, M. W., & Drineas, P. (2009). CUR matrix decompositions for improved data analysis. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 106(3), 697–702. <https://doi.org/10.1073/pnas.0805318106>

***HJ-Biplot* como metodología exploratoria para el análisis multidimensional de los objetivos de desarrollo sostenible (ODS) a nivel municipios en Bolivia**

[org/10.1073/pnas.0803205106](https://doi.org/10.1073/pnas.0803205106)

- Mahoney, M. W., Maggioni, M., & Drineas, P. (2008). Tensor-CUR Decompositions for Tensor-Based Data. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 30(3), 957–987. <https://doi.org/10.1137/060665336>
- Mandel, J. (1971). A New Analysis of Variance Model for Non-additive Data. *Technometrics*, 13(1), 1–18. <https://doi.org/10.1080/00401706.1971.10488751>
- Mardia, K. V., Kent, J. T., & Bibby, J. M. (1979). *Multivariate Analysis*. Press Inc. London.
- Markos, A. (2012). Package caGUI. The GUI ca R package version 0.1-4: a Tcl/Tk GUI for the functions. cran.r-project.org/package=caGUI, 2012.
- Martín-Rodríguez, J. (1996). Contribuciones a la integración de subespacios desde una perspectiva biplot. [Tesis doctoral]. Universidad de Salamanca, España.
- McCabe, G. P. (1984). Principal Variables. *Technometrics*, 26(2), 137–144. <https://doi.org/10.1080/00401706.1984.10487939>
- Moghaddam, B., Weiss, Y., & Avidan, S. (2006). Spectral bounds for sparse PCA: Exact and greedy algorithms. *Advances in Neural Information Processing Systems*.
- Nenadic, O., & Greenacre, M. (2007). Correspondence analysis in R, with two- and three-dimensional graphics: The ca package. *Journal of Statistical Software*, 20(3), 1–13.
- Nieto-Librero, A. B. (2015). Versión inferencial de los métodos Biplot basada en remuestreo Bootstrap y su aplicación a tablas de tres vías. [Tesis doctoral]. Universidad de Salamanca, España.
- Nieto-Librero, A. B., & Galindo-Villardón, P. (2015). biplotbootGUI. R package version 1.0: Bootstrap on Classical Biplots and Clustering Disjoint Biplot. cran.rproject.org/web/packages/biplotbootGUI/.
- Nieto-Librero, A. B., Baccalá, N., & Galindo, M. P. (2012). MultibiplotGUI. R package version 0.0-1: Multibiplot Analysis. cran.rproject.org/package=multibiplotGUI.
- Nieto-Librero, A. B., Sierra, C., Vicente-Galindo, M. P., Ruíz-Barzola, O., & Galindo-Villardón, M. P. (2017). Clustering Disjoint HJ-Biplot: A new tool for identifying pollution patterns in geochemical studies. *Chemosphere*, 176, 389–396.
- Oksanen, J., Blanchet, F. G., Friendly, M., Kindt, R., Legendre, P., Minchin, P. R., ... Wagner, H. (2013). Package vegan. *Community Ecology Package, Version 2.9*. R package version 2.0-8. cran.r-project.org/package=vegan.177
- Pawlowsky-Glahn, V., & Egozcue, J. J.-S. (2001). Geometric approach to statistical analysis on the simplex. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 15(5), 384–398.
- Pearson, K. (1901). On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 2(11), 559–572.
- Qi, X., Luo, R., & Zhao, H. (2013). Sparse principal component analysis by choice of norm. *Journal of Multivariate Analysis*, 114:127-150.

- <https://doi.org/10.1016/j.jmva.2012.07.004>
- Quenouille, M. H. (1950). An application of least squares to family diet surveys. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 27–44.
- Resolución 70/1 [Asamblea General de las Naciones Unidas]. Por la cual se aprobó la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible. 25 de septiembre de 2015.
- Rodríguez-Mazahua, L., Rodríguez-Enríquez, C.-A., Sánchez-Cervantes, J. L., Cervantes, J., García-Alcaraz, J. L., & Alor-Hernández, G. (2016). A general perspective of Big Data: applications, tools, challenges and trends. *The Journal of Supercomputing*, 72(8), 3073–3113.
- R-TEAM. (2014). A language and environment for statistical computing. R foundation for statistical computing. Vienna, Austria, 2014. Retrieved from www.r-project.org.
- Shen, H., & Huang, J. (2008). Sparse principal component analysis via regularized low rank matrix approximation. *Journal of Multivariate Analysis*, 99(6), 1015–1034.
- Stewart, G. W. (1999). Four algorithms for the efficient computation of truncated pivoted QR approximations to a sparse matrix. *Numerische Mathematik*, 83(2), 313–323. <https://doi.org/10.1007/s002110050451>
- Talia, D. (2013). Clouds for scalable big data analytics. *Computer*, 46(5), 98–101.
- Ter Braak, C. J. (1986). Canonical Correspondence Analysis: a new eigenvector technique for Multivariate Direct Gradient Analysis. *Ecology*, 67(5), 1167–1179.
- Ter Braak, C. J. (1990). Interpreting canonical correlation analysis through biplots of structure correlations and weights. *Psychometrika*, 55(3), 519–531.
- Thioulouse, J., & Dray, S. (2007). Interactive multivariate data analysis in R with the ade4 and ade4TkGUI packages. *Journal of Statistical Software*, 22(5), 1–14.
- Thioulouse, J., & Dray, S. (2012). ade4TkGUI. R package version 0.2-6: ade4 Tcl/Tk graphical user interface. cran.r-project.org/package=ade4TkGUI, 2012.
- Tibshirani, R. (1996). Regression Shrinkage and Selection Via the Lasso. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 58(1), 267–288. <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1996.tb02080.x>
- Tibshirani, R. (2011). Regression shrinkage and selection via the lasso: a retrospective. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 73(3), 273–282.178
- Torgerson, W. S. (1952). Multidimensional scaling: I. Theory and method. *Psychometrika*, 17(4), 401–419. <https://doi.org/10.1007/BF02288916>
- Trendafilov, N. T. (2014). From simple structure to sparse components: A review. *Computational Statistics*, 29(3–4), 431–454.
- Tukey, J. (1958). Bias and confidence in not quite large samples. *Ann. Math. Statis*, 29, 614.
- Vairinhos, V. M. (2003). Desarrollo de un sistema para minería de datos basado en los métodos Biplot.
- Van Eeuwijk, F. A. (1995). Multiplicative interaction in generalized linear models. *Biometrics*, 1017–1032.

***HJ-Biplot* como metodología exploratoria para el análisis multidimensional de los objetivos de desarrollo sostenible (ODS) a nivel municipios en Bolivia**

- Vicente-Tavera, S. (1992). Las técnicas de representación de datos multidimensionales en el estudio del Índice de Producción Industrial en la CEE (Tesis Doctoral). Universidad de Salamanca, España.
- Vicente-Villardón, J. L. (1992). Una alternativa a las técnicas factoriales clásicas basada en una generalización de los métodos BILOT. [Tesis doctoral]. Universidad de Salamanca, España.
- Vicente-Villardón, J. L. (2001). Biplot for binary data based on logistic response surfaces. In Salamanca Statistics Seminar IV: Advances in Multivariate Analysis. Salamanca, Spain.
- Vicente-Villardón, J. L. (2010). MULTBILOT: package for multivariate análisis using biplots. Departamento de Estadística. Universidad de Salamanca. Retrieved from <http://biplot.usal.es/multbiplot/introduction.html>
- Vicente-Villardón, J. L. (2017). MultBiplotR: Multivariate Analysis using Biplot. R package version 0.1.0. <http://biplot.usal.es/classicalbiplot/multbiplot-in-r/>.
- Vicente-Villardón, J. L., Galindo-Villardón, M. P., & Blázquez-Zavallos, A. (2004). Constrained Logistic Biplots. In SALAMANCA STATISTICS SEMINAR V. Advances in Descriptive Multivariate Analysis. Universidad de Salamanca, España.
- Vicente-Villardón, J. L., Galindo-Villardón, M. P., & Blázquez-Zavallos, A. (2006). Logistic biplots. Multiple Correspondence Analysis and Related Methods. London: Chapman & Hall. 503-521.
- Vichi, M., & Saporta, G. (2009). Clustering and disjoint principal component analysis. Computational Statistics & Data Analysis, 53(8), 3194–3208.
- Vines, S. K. (2000). Simple principal components. Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics), 49(4), 441–451. <https://doi.org/10.1111/1467-9876.00204>
- Witten, D. M., Tibshirani, R., & Hastie, T. (2009). A penalized matrix decomposition, with applications to sparse principal components and canonical correlation analysis. Biostatistics, 10(3), 515–534.179
- Yan, W. (2001). GGEbiplot—a Windows application for graphical analysis of multi-environment trial data and other types of two-way data. Agronomy, 93(5), 1111–1118.
- Yan, W. (2002). Singular-value partitioning in biplot analysis of multi-environment trial data. Agronomy Journal, 94(5), 990–996.
- Yan, W., & Hunt, L. A. (2002). Biplot analysis of diallel data. Crop Science, 42(1), 21–30.
- Yan, W., & Kang, M. S. (2002). GGE biplot analysis: A graphical tool for breeders, geneticists, and agronomists. CRC Press.
- Yan, W., & Tinker, N. A. (2006). Biplot analysis of multi-environment trial data: Principles and applications. Canadian Journal of Plant Science, 86(3), 623–645.
- Yan, W., Cornelius, P. L., Crossa, J., & Hunt, L. A. (2001). Two types of GGE biplots for analyzing multi-environment trial data. Crop Science, 41, 656–663.
- Yan, W., Hunt, L. A., Sheng, Q., & Szlavnic, Z. (2000). Cultivar evaluation and mega-environment investigation based on the GGE biplot. Crop Science, 40, 597–605.

Yang, J., Rübél, O., Prabhat, Mahoney, M. W., & Bowen, B. P. (2015). Identifying Important Ions and Positions in Mass Spectrometry Imaging Data Using CUR Matrix Decompositions. *Analytical Chemistry*, 87(9), 4658–4666.

<https://doi.org/10.1021/ac5040264>

Young, G., & Householder, A. S. (1938). Discussion of a set of points in terms of their mutual distances. *Psychometrika*, 3(1), 19–22.

Zhang, Z., Xu, Y., Yang, J., Li, X., & Zhang, D. (2015). A survey of sparse representation: algorithms and applications. *IEEE*, 490–530.

Zobel, R. W., Wright, M. J., & Gauch, H. G. (1988). Statistical analysis of a yield trial. *Agronomy Journal*, 80, 388–393.

Zou, H., & Hastie, T. (2005). Regularization and variable selection via the elastic net. *Journal of the Royal Statistical Society*., 67(2), 301–320.

Zou, H., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2006). Sparse Principal Component Analysis. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 15(2), 265–286. <https://doi.org/10.1198/106186006X113430>.

HJ-Biplot como metodología exploratoria para el análisis multidimensional de los objetivos de desarrollo sostenible (ODS) a nivel municipios en Bolivia

Anexo 1

Tabla Municipios y sus clústeres para método k-means clústers para biplot scores

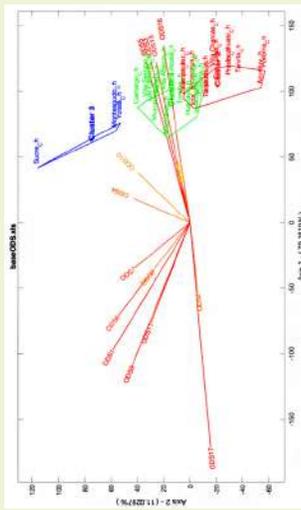
Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4	Cluster 5	Cluster 6	Cluster 7	Cluster 8	Cluster 9	Cluster 10
Belén de Andamarca	Alalay	Acasio	Alto Beni	Aiquile	Antequera	Achacachi	Ancoraimes	Cobija	Bernejo
Calacallo	Arque	Anzaldo	Ascension de Guarayos	Apolo	Arbieto	Achocalla	Ayo Ayo	Colpa Belgica	Carapari
Caquiaviri	Azurduy	Arampampa	Bella Flor	Charazani	Batalias	Arani	Belanzos	Cotoca	Cliza
Charaña	Boipebra	Aucapata	Cabezas	Comarapa	Baures	Atocha	Cairoma	Cuatro Cañadas	Cochabamba
Chipaya	Ckochas	Ayala	Caranavi	Cuevo	Caiza D	Boyulibe	Chequí	El Torno	Coleapirhua
Coro Coro	EL Sena	Bolivar	Coloni	Curahuara de Carangas	Cajuata	Buena Vista	Charagua	Fernández Alonso	El Alto
Corque	Ingavi	Callapa	El Puente	Curva	Calamarca	Camiri	Chayanta	Guayaramerín	Huachacalla
Cruz de Machacamarca	Loreto	Carangas	Macharefí	Entre Ríos	Camargo	Capinota	Chuma	La Guardia	La Paz
Culpina	Nueva Esperanza	Caripuyo	Porvenir	Eucaliptus	Caracollo	Chulumani	Coipasa	Mineros	Montero
El Villar	Oaurí	Chacarilla	San Andrés	Ixiamas	Carmen Rivero Torres	Copacabana	Colquiri	Okinawa Uno	Oruro
Escara	Poroma	Choque Cota	San Antonio de Lomerío	Magdalena	Catacora	Coripata	Comanche	Pailón	Potosí
Exaltación	Ravelo	Chuquiuta	San Javier	Moro Moro	Challapata	Coroico	Comabaya	Porongo	Puerto Quijarro
Guany	S.P. De Buena Vista	Cocapata	San Juan de Yapacani	Morochata	Chimoré	Desaguadero	Colagaita	Portachuelo	Punata
Huacaraje	San Lorenzo	Colquechaca	San Julián	Muyupampa	Chua Cocani	El Puente	Cuchumuela	San José de Chiquitos	Quillacollo
Huacarata	San Pedro	El Choro	San Miguel de Velasco	Padilla	Colcha K	Entre Ríos	Escoma	Warnes	Sacaba
Huacaya	Santos Mercado	Filadelfia	San Rafael	Pasorapa	Collana	Graí, Saavedra	Idia	Yacuiba	Santa Cruz de la Sierra
Huayllamarca	Tacobamba	Gutiérrez	San Ramón	Pelechuco	Colquencha	Huanuni	Llica	Sucre	
Inquisivi	Tarvíta	Humanata	Santa Rosa del Sara	Pojo	Concepción	Huatajata	Malla	Tarija	
La Asunta	Tingupipaya	Ichoca	Teoponte	Pucara	Esmeralda	Llallagua	Mocomoco	Tiquipaya	
La Rivera	Vila Vila	Inchhuasi	Yapacani	Puerto Rico	Guaqui	Machacamarca	Mojocoya	Trinidad	
Pampa Aullagas	Villa Nueva - Loma Alta	Independencia		Reyes	Huari	Mairana	Paica	Vallegrande	
Puerto Gonzales Moreno		Mizque		San Matías	Huarina	Mecapaca	Papel Pampa	Villamontes	
Puerto Siles		Mojinete		San Pablo de Lipez	Irupana	Monteagudo	Pto. Carabuco	Villazón	
Sabaya		Pocoata		Santa Rosa	Jesús de Machaca	Padcaya	Pucarani		
Salinas de García Mendoza		Presto		Shinahota	Lagunillas	Pampa Grande	Puerto Acosta		
San Andrés de Machaca		Sacabamba		Tiraque	Laja	Patacamaya	Puerto Pérez		
San Antonio de Esmeruoco		San Lucas		Totorá	Las Carreras	Porco	Quiabaya		
San Pedro Cuarahuara		Santa Rosa		Urubichá	Luribay	Puerto Suarez	San Agustín		
San Pedro de Totora		Sicaya		Villa Tunari	Mapiri	Roboré	San Borja		
Santiago de Andamarca		Sopachuy		Yunchará	Nazacara de Pacajes	Rurrenabaque	San Ignacio		
Tiahua		Tacopaya			Omoreque	Saipina	Sapahaqui		
Todos Santos		Tapacarí			Palos Blancos	Samatpata	Soracachi		
Toledo		Tarabuco			Pazña	San Benito	Sorata		
Waldo Ballivián		Toro Toro			Pocona	San Carlos	Tacacoma		

Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4	Cluster 5	Cluster 6	Cluster 7	Cluster 8	Cluster 9	Cluster 10
Yunguyo de Litoral		Urmiri Villa Charcas Villa de Sacaca			Popó Postrer Valle Puerto Villarreal Puna Quillacas Quime Quirusillas Riberalta San Buenaventura San Ignacio de Velasco San Joaquín San Pedro de Quemés San Pedro de Tiquina Santa Ana de Yacuma Santiago de Huata Santiago de Machaca Santivañez Sica Sica Tacachi Taraco Tiahuanacu Tipuani Toko Uncía Villa Libertad Licoma Villa Rivero Villa Serrano Yocalla	San Pedro Sipe Sipe Tarata Tolata Trigal Tupiza Uriondo Uyuni Viacha Villa San Lorenzo Vinto Yanacachi Yotala	Tito Yupanqui Tomave Tomina Turco Urnala Vacas Villa Abecia Villa Alcalá Vifichi Yaco Yamparáez Zudafiez		

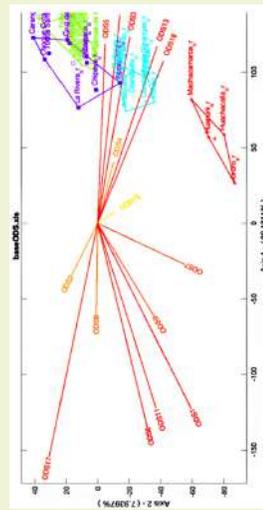
HJ-Biplot como metodología exploratoria para el análisis multidimensional de los objetivos de desarrollo sostenible (ODS) a nivel municipios en Bolivia

Anexo 2

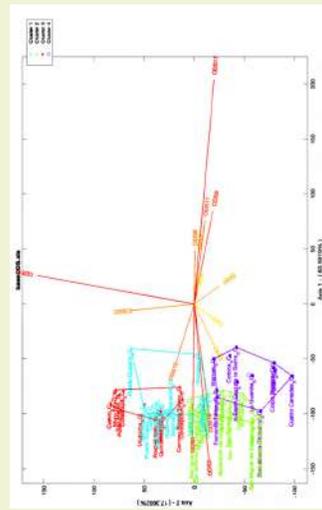
Chuquisaca



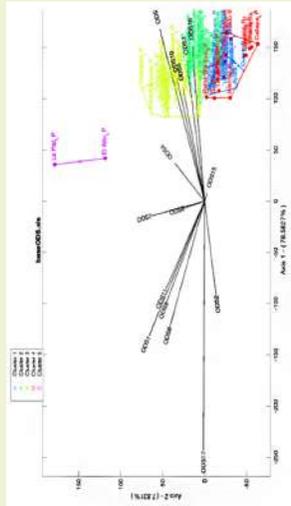
Oruro



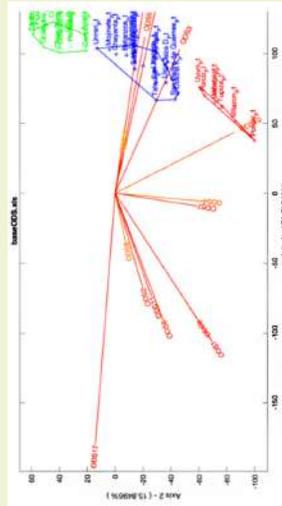
Santa Cruz



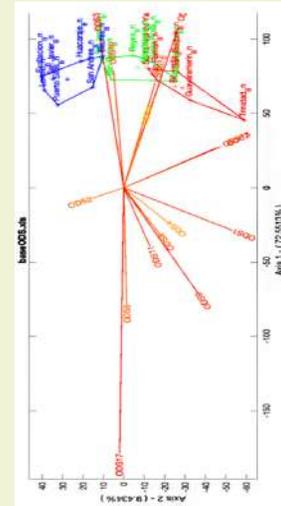
La Paz



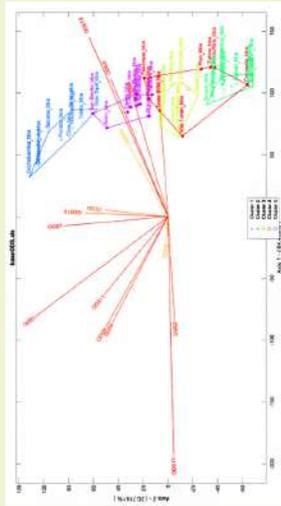
Potosí



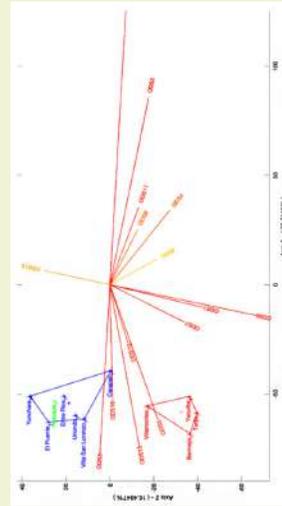
Beni



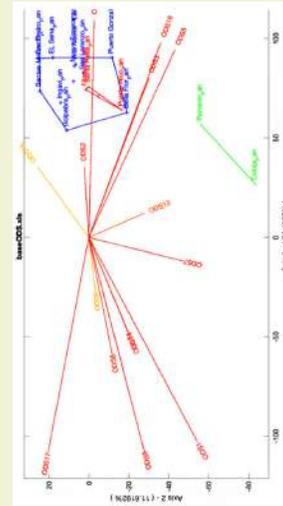
Cochamba



Tarija



Pando



Anexo 3

Valores propios y varianza explicada por Departamento

Chuquisaca

Axis	Eigenvalue	Inertia	
		Expl. Var.	Cummulative
Axis 1	185137.595	79.182	79.182
Axis 2	25788.823	11.03	90.212
Axis 3	5993.331	2.563	92.775
Axis 4	5325.475	2.278	95.053
Axis 5	2987.124	1.278	96.33

La Paz

Axis	Eigenvalue	Inertia	
		Expl. Var.	Cummulative
Axis 1	520420.521	78.583	78.583
Axis 2	51861.419	7.831	86.414
Axis 3	17672.898	2.669	89.082
Axis 4	16212.455	2.448	91.53
Axis 5	11903.42	1.797	93.328

Cochabamba

Axis	Eigenvalue	Inertia	
		Expl. Var.	Cummulative
Axis 1	224701.125	64.439	64.439
Axis 2	72237.96	20.716	85.155
Axis 3	23433.066	6.72	91.875
Axis 4	6865.459	1.969	93.844
Axis 5	5659.469	1.623	95.467

Oruro

Axis	Eigenvalue	Inertia	
		Expl. Var.	Cummulative
Axis 1	239748.278	80.181	80.181
Axis 2	23740.475	7.94	88.121
Axis 3	10004.003	3.346	91.467
Axis 4	5177.716	1.732	93.198
Axis 5	3988.51	1.334	94.532

Potosí

Axis	Eigenvalue	Inertia	
		Expl. Var.	Cummulative
Axis 1	219010.612	71.715	71.715
Axis 2	48402.875	15.85	87.565
Axis 3	13744.027	4.501	92.066
Axis 4	6121.438	2.004	94.07
Axis 5	5173.192	1.694	95.764

Tarija

Axis	Eigenvalue	Inertia	
		Expl. Var.	Cummulative
Axis 1	40343.617	70.745	70.745
Axis 2	9400.769	16.485	87.229
Axis 3	3349.97	5.874	93.104
Axis 4	1523.437	2.671	95.775
Axis 5	899.038	1.577	97.352

HJ-Biplot como metodología exploratoria para el análisis multidimensional de los objetivos de desarrollo sostenible (ODS) a nivel municipios en Bolivia

Santa Cruz

Axis	Eigenvalue	Inertia	
		Expl. Var.	Cummulative
Axis 1	210714.253	60.592	60.592
Axis 2	60392.787	17.366	77.958
Axis 3	28991.746	8.337	86.295
Axis 4	10722.097	3.083	89.378
Axis 5	9660.287	2.778	92.156

Beni

Axis	Eigenvalue	Inertia	
		Expl. Var.	Cummulative
Axis 1	93729.284	72.551	72.551
Axis 2	12187.838	9.434	81.985
Axis 3	8914.587	6.9	88.886
Axis 4	4015.731	3.108	91.994
Axis 5	3244.435	2.511	94.505

Pando

Axis	Eigenvalue	Inertia	
		Expl. Var.	Cummulative
Axis 1	82426.292	74.467	74.467
Axis 2	12861.201	11.619	86.086
Axis 3	6960.962	6.289	92.375
Axis 4	3135.552	2.833	95.207
Axis 5	1986.531	1.795	97.002

Anexo 4

Conglomerados y calidades de información de representación plano 1-2

Chuquisaca

CLUSTER	n	Coord-1	Coord-2	QLR - 1	QLR - 2	QLRA 1- 2
Cluster 1	9	955093	-18.219	95,48	0,03	95,5104
Cluster 2	12	1000555	-179340	94,90	3,05	97,9528
Cluster 3	8	786593	473099	72,88	26,36	99,2471

La Paz

CLUSTER	n	Coord-1	Coord-2	QLR - 1	QLR - 2	QLRA 1- 2
Cluster 1	20	121,6291	- 21,1521	93,452	2,826	96,279
Cluster 2	26	128,8094	- 20,5785	94,356	2,408	96,764
Cluster 3	22	122,7761	13,8238	97,558	1,237	98,795
Cluster 4	2	38,6991	148,3008	5,894	86,562	92,456
Cluster 5	17	100,7894	4,6493	81,450	17,332	98,781

Cochabamba

CLUSTER	n	Coord-1	Coord-2	QLR - 1	QLR - 2	QLRA 1- 2
Cluster 1	10	62,8338	85,9660	34,456	64,495	98,951
Cluster 2	11	105,4151	- 51,0837	79,884	18,759	98,644
Cluster 3	7	88,6169	- 62,3260	90,614	0,448	91,063
Cluster 4	8	103,2657	- 16,7116	81,049	2,123	83,172
Cluster 5	11	88,6041	29,5023	85,208	9,447	94,655

Oruro

CLUSTER	n	Coord-1	Coord-2	QLR - 1	QLR - 2	QLRA 1- 2
Cluster 1	10	91,0251	- 22,7754	91,726	5,743	97,468
Cluster 2	11	117,8279	13,7718	96,775	1,322	98,097
Cluster 3	4	56,0644	- 74,2944	35,055	61,558	96,612
Cluster 4	10	105,8824	15,4916	92,453	1,979	94,432

Potosí

CLUSTER	n	Coord-1	Coord-2	QLR - 1	QLR - 2	QLRA 1- 2
Cluster 1	14	109,828	40,952	87,028	12,100	99,127
Cluster 2	7	61,216	-75,777	37,983	58,203	96,186
Cluster 3	19	91,180	-20,038	93,264	4,504	97,768

Tarija

CLUSTER	n	Coord-1	Coord-2	QLR - 1	QLR - 2	QLRA 1- 2
Cluster 1	1	-53,095	24,997	67,004	14,851	81,855
Cluster 2	4	-58,290	-32,394	76,130	23,512	99,642
Cluster 3	6	-54,131	18,635	89,093	10,558	99,651

***HJ-Biplot* como metodología exploratoria para el análisis multidimensional de los objetivos de desarrollo sostenible (ODS) a nivel municipios en Bolivia**

Santa Cruz

CLUSTER	n	Coord-1	Coord-2	QLR - 1	QLR - 2	QLRA 1- 2
Cluster 1	16	-84,1485	22,3513	83,9015	5,9195	89,821
Cluster 2	16	-91,4559	-28,583	85,5614	8,3574	93,9188
Cluster 3	12	-91,4236	49,6442	74,3296	21,9171	96,2467
Cluster 4	12	-64,4662	-53,8073	51,8944	36,1527	88,0471

Beni

CLUSTER	n	Coord-1	Coord-2	QLR - 1	QLR - 2	QLRA 1- 2
Cluster 1	6	80,942	-6,722	88,643	0,611	89,254
Cluster 2	6	67,094	-28,648	79,332	14,463	93,795
Cluster 3	7	72,965	27,480	84,292	11,956	96,249

Pando

CLUSTER	n	Coord-1	Coord-2	QLR - 1	QLR - 2	QLRA 1- 2
Cluster 1	2	41,687	-69,812	25,702	72,082	97,784
Cluster 2	3	71,356	-4,963	75,770	0,367	76,136
Cluster 3	10	78,478	7,771	97,186	0,953	98,139

INSTRUCCIONES PARA AUTORES

REVISTA VARIANZA

Revista Científica del Instituto de Estadística Teórica y Aplicada (IETA),
Carrera de Estadística, Facultad de Ciencias Puras y Naturales
Universidad Mayor de San Andrés
La Paz, Bolivia

ISSN 2789-3510, versión impresa

ISSN 2789-3529, versión en línea

<https://ojs.umsa.bo/ojs/index.php/revistavarianza/>

<https://ieta.umsa.bo/>

MISIÓN

Difundir principalmente artículos originales de investigación científica en diferentes ámbitos de la vida, basados en el uso de métodos y técnicas estadísticas. También difundir artículos de naturaleza teórica en el campo de la Estadística. Todo ello con el propósito de contribuir al desarrollo de nuestra sociedad.

VISIÓN

Llegar a ser la revista científica nacional de mayor calidad e impacto en el campo de la estadística aplicada y teórica, así como ser el principal referente para el contexto internacional.

TIPOS DE MANUSCRITOS

En la Revista Varianza se publican principalmente **artículos originales**, aquéllos que resultan de una investigación científica y que contribuyen, en alguna medida, al conocimiento científico y/o solución de alguna problemática. Los artículos originales pueden ser de naturaleza teórica o práctica. Los de naturaleza práctica se enfocan en dar respuesta, con base en el uso de métodos y/o técnicas estadísticas apropiadas, a problemas o preguntas de investigación en distintos campos de la vida; mientras los de naturaleza teórica presentan un nuevo método o técnica estadística, o pueden ofrecer una versión mejorada de uno existente.

Además, si bien no son artículos originales de investigación, en la Revista Varianza también se publican otro tipo de manuscritos, como ser:

De revisión, que constituyen básicamente informes sobre avances o estado del arte de un tema particular, con base en la recopilación y selección de artículos científicos originales,

Comunicaciones breves, manuscritos que comunican de manera breve algunos datos de una investigación original que el editor cree que serán interesantes para muchos investigadores y que probablemente estimularán más la investigación en esa área.

Estudios de caso, informan los resultados sobre casos específicos de fenómenos interesantes. Su propósito es hacer que otros investigadores conozcan la posibilidad de que un fenómeno específico pueda ocurrir,

Reseñas, consisten en resúmenes concisos generalmente sobre libros recientemente publicados en el campo de la Estadística,

Notas científicas, presentan observaciones y descripciones científicas breves de métodos o resultados, comunican resultados de estudios pequeños, avances de trabajos de investigación o noticias de interés científico,

De enseñanza, son manuscritos sobre temas relacionados a la enseñanza de la Estadística, por ejemplo la comprensión de un teorema o un método de estimación. Tiene el propósito de clarificar y complementar los conocimientos estadísticos de los estudiantes y los docentes.

PROCESO DE REVISIÓN DE MANUSCRITOS

Luego de haber recibido el manuscrito, se inicia el proceso de su revisión, el cual tiene tres etapas:

Primera etapa: Revisión por el editor

En esta etapa, el editor revisa si el tema del manuscrito es apropiado para la Revista y si cumple con las instrucciones para los autores. Se revisa la pertinencia del manuscrito para la Revista, los aspectos de forma del manuscrito y el cumplimiento de requisitos básicos exigidos en las normas de la Revista Varianza. El autor será contactado para informarle si su manuscrito es apto para pasar a la revisión por pares a doble ciego o si requiere mejorar algunos detalles del manuscrito sugeridos por el editor o si es rechazado (por no presentarse en el formato exigido en las normas, por tener errores metodológicos importantes, porque el manuscrito ha sido publicado previamente o porque el aporte no es nuevo, entre otros). En caso de no existir faltas o errores, el manuscrito pasa a la segunda etapa.

Segunda etapa: Revisión por evaluadores externos

Cada manuscrito que llega a esta etapa es sometido al proceso de revisión por pares a “doble ciego”. Esta modalidad significa que cada manuscrito es revisado por dos evaluadores externos a nuestra institución, ambos miembros del comité científico, con la restricción de que ni el evaluador sabe el nombre del autor del manuscrito y ni el autor sabe quiénes son sus evaluadores. Para la asignación del manuscrito a los dos evaluadores se toma en cuenta el vínculo entre el tema del manuscrito y la especialidad o experiencia de los evaluadores.

En esta etapa se evalúa rigurosamente el contenido del manuscrito, poniendo énfasis en los aspectos metodológicos. A través de una ficha de evaluación, el dictamen de la revisión es una de las siguientes cuatro alternativas: (i) aceptado sin modificaciones, (ii) aceptado con observaciones leves, (iii) aceptado con observaciones profundas o (iv) rechazado. Se comunica al evaluador tanto el dictamen como las observaciones, en caso de existir. Una vez que el autor subsana las observaciones, nuevamente el manuscrito corregido es derivado

al revisor para su evaluación, y así sucesivamente hasta que el manuscrito es aceptado o rechazado. En caso de no corregirse las observaciones, el manuscrito es rechazado.

Algunos aspectos que se toman en cuenta en la evaluación, son:

- a) Claridad en el planteamiento del objetivo principal y/o la hipótesis a probar.
- b) Pertinencia del método estadístico para el cumplimiento del objetivo y/o prueba de hipótesis.
- c) Datos apropiados para el cumplimiento del objetivo y/o prueba de hipótesis.
- d) Grado de profundidad de la investigación.
- e) Coherencia en el análisis cuantitativo, incluido la correcta interpretación de los resultados.
- f) Generación de nuevo conocimiento científico y aporte para la formulación de políticas, programas y proyectos.
- g) Pertinencia de la referencia bibliográfica usada.
- h) Calidad de la redacción, incluido el resumen (síntesis del manuscrito en forma clara y adecuada).
- i) Ajuste del formato a las normas APA.

Tercera etapa: Diagramación

Los manuscritos aprobados por el comité científico pasan a diagramación, a una última revisión de redacción y a maquetación. Esta tarea es realizada por un profesional en diagramación y el editor, en coordinación con el autor. Se trata de una última revisión del manuscrito, sólo de forma. No se acepta ninguna modificación con relación al contenido del manuscrito ya aceptado, sea de texto, tabla o gráfico, como tampoco se acepta la inclusión de un texto adicional, una tabla o un gráfico.

FORMATO PARA ARTÍCULOS ORIGINALES DE INVESTIGACIÓN

Título

El título debe estar en español y en inglés, ambos en mayúscula, en no más de 15 palabras cada uno, por lo que debe ser lo más corto posible y debe reflejar plenamente el contenido del manuscrito.

Autor(es)

Debajo del título deben colocarse el nombre completo del autor, su afiliación institucional durante la realización del manuscrito y su correo electrónico. Si son dos o más autores, colocar el nombre completo, la afiliación institucional y el correo electrónico de cada uno. Para el caso de dos o más autores, el principal autor es el que más ha contribuido a la investigación, y deberá encabezar la lista. En pie de página, y con la numeración correspondiente para cada autor, se debe informar la profesión, un breve curriculum vitae si se desea, y el número ORCID.

Resumen

El resumen debe estar en español y en inglés, con títulos en mayúscula (RESUMEN y *ABSTRACT*, respectivamente), y muy bien redactado en no más de 250 palabras. Debe incluir con absoluta claridad y precisión el objetivo, la metodología, los datos usados, el principal resultado, alguna idea de discusión y la principal conclusión.

Palabras claves

Debajo del resumen en español deben incluirse las palabras clave (Palabras clave), las cuales sirven para identificar el artículo por parte de usuarios nacionales e internacionales. Incluir de cuatro a siete palabras clave que no formen parte del título del artículo, ordenadas alfabéticamente y separadas por comas. Igualmente, debajo del resumen en inglés incluir las mismas palabras clave, pero en inglés (*Key words*).

Introducción

Debe presentar el problema dentro de un marco teórico y/o revisión bibliográfica que acompañe a la hipótesis y/o objetivo principal del trabajo. El problema debe describir claramente lo que se resolverá con la investigación; la revisión bibliográfica expone el marco de referencia que da sustento al trabajo de investigación, resalta, a través de citas, estudios previos que se relacionan específicamente con la investigación; el objetivo principal debe indicar claramente, en forma precisa y sin ambigüedad, la finalidad de la investigación; mientras la hipótesis debe plantear lo que trata de probar la investigación. El objetivo y la hipótesis deben estar al final de esta sección.

Materiales y métodos

En esta sección se describe minuciosamente la forma en que se realizó la investigación, de modo que un lector que acceda al artículo pueda comprenderlo plenamente y reproducirlo a fin de determinar la confiabilidad y la validez de los resultados. Esta sección debe describir claramente los aspectos principales respecto de los datos, los instrumentos, y los métodos y técnicas estadísticas usados en la investigación.

Resultados

En esta sección se expone el principal o los principales hallazgos obtenidos con la investigación, todos ellos en estricta consonancia con el objetivo principal y/o con la hipótesis de la investigación. La correcta interpretación de los resultados es de suma importancia en esta sección. Para transmitir los principales hallazgos pueden incluirse, si es necesario, cuadros, gráficos y diagramas, evitando la redundancia, evitando un número excesivo de datos y manteniendo la objetividad (imparcialidad y honestidad). Todos los cuadros, gráficos y diagramas deben enumerarse en el orden que aparecen en el texto.

Discusión

Esta sección está orientada a interpretar los resultados de la investigación en relación con el

objetivo principal, la hipótesis y el estado de conocimiento actual del tema de la investigación, esto es, se debe indicar qué significan los hallazgos encontrados y cómo estos se relacionan con el conocimiento actual sobre el tema.

Además de compararlos y contrastarlos con los resultados de otros estudios relevantes, resaltando sus limitaciones y ventajas tanto conceptuales como metodológicas, argumentar las implicaciones de los resultados para la formulación de políticas, programas y/o proyectos, y argumentar las implicaciones para futuras investigaciones.

Conclusiones

Las conclusiones son derivadas de los resultados y de la discusión, y responden al objetivo y/o la hipótesis de la investigación. Constituyen los aportes y las innovaciones de la investigación

Agradecimiento

En esta sección no se incluye ningún elemento científico, sólo se trata de ser cortés con quienes colaboraron en la investigación. Se puede reconocer la contribución de personas o instituciones que ayudaron realmente en la investigación, pero no se las puede considerar como coautores.

Conflicto de intereses

Acá, el autor o autores deben declarar no tener ningún conflicto de intereses con su artículo científico.

Referencias bibliográficas

Esta sección contiene la referencia de libros y artículos citados en las diferentes secciones del manuscrito, en formato APA. Debe existir siempre una correspondencia entre las citas que se hace en el trabajo y las que se lista en las referencias bibliográficas, ya que normalmente los lectores estarán interesados en verificar los datos que efectivamente se utilizaron para la investigación.

Ejemplos de cómo enunciar las referencias bibliográficas en formato APA se pueden encontrar en la siguiente dirección (URL): <https://normas-apa.org/referencias/>

ESPECIFICACIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE MANUSCRITOS

Los manuscritos que se presentan deben estar escritos en Word, hoja tamaño carta, doble columna, letra *Times New Roman* de tamaño 11, espacio simple, margen izquierdo de 2.5 cm. y los demás márgenes de 2.0 cm. Todo el manuscrito, incluido texto, gráficos, cuadros, diagramas y otros, debe contener entre 10 y 20 páginas, con títulos y subtítulos enumerados. Los gráficos, cuadros y diagramas no deben exceder el 30 por ciento del manuscrito. Adicionalmente, todas las notas y referencias deben ir acorde al formato APA.

Para la presentación del manuscrito debe acompañarse una carta en la que se indique el tipo

de manuscrito que se está enviando (artículo original, revisión, estudio de caso, reseña, nota científica o manuscrito de enseñanza) a la siguiente dirección: ieta@umsa.bo. Los autores pueden enviar sus manuscritos en cualquier momento del año.

PERIODICIDAD DE LA PUBLICACIÓN

La versión impresa de la Revista Varianza se publicó por primera vez el año 2001, desde ese año hasta el 2020 se publicó anualmente, si bien no se pudo editar en algunos años. Sin embargo, a partir del segundo semestre de 2021 la publicación es semestral, en los meses de abril y octubre.

En cambio, la versión digital (*online*) de la Revista se publica desde el segundo semestre del año 2021, también en los meses de abril y octubre.

Con el propósito de incrementar la visibilidad de la Revista Varianza y facilitar la búsqueda de artículos por parte de los lectores, desde el año 2023 la Revista Varianza también se publica junto a las revistas científicas de otras unidades de la Universidad Mayor de San Andrés. Se puede acceder a la página a través de la dirección <https://ojs.umsa.bo/ojs/>.

CONFLICTO DE INTERESES

La Revista Varianza tiene la política de evitar cualquier conflicto de interés de los autores, del comité editorial y del propio editor responsable. Se recomienda a cada autor evitar cualquier conflicto de interés relacionado con su artículo, debiendo comunicar oportunamente al editor responsable, como también se pide al comité editorial impedir cualquier conflicto de interés en el proceso editorial.

ÉTICA DE PUBLICACIÓN

La Revista Varianza tiene compromiso con la ética de la investigación, por ello, promueve los siguientes aspectos:

- a) Evitar conflictos de intereses
- b) Evaluar objetivamente los manuscritos
- c) Respetar los criterios de evaluación de los evaluadores
- d) Conservar la confidencialidad de los autores y evaluadores, durante todo el proceso de revisión.

FINANCIAMIENTO DE LA REVISTA

La Universidad Mayor de San Andrés (UMSA) asigna anualmente recursos financieros al Instituto de Estadística Teórica y Aplicada (IETA) para impresión y difusión de la Revista Varianza. La publicación en la revista es gratuita bajo la modalidad *Open Access*.

PROPIEDAD INTELECTUAL

Para los manuscritos aceptados para su publicación, el o los autores deben autorizar formalmente al editor, a través de un documento firmado, su publicación en la Revista Varianza. En el documento firmado, el lector también afirma ser legítimo propietario del manuscrito a publicar y que no existe problemas de derechos de autor con terceros y/u otros conflictos de naturaleza ética. Todo el contenido de la revista, excepto aquéllo que expresamente sea identificado, está bajo la licencia Creative Commons.

LICENCIAMIENTO

La Revista Varianza se encuentra bajo licenciamiento *Creative Commons* atribución *CC BY* <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>. La licencia permite que otros distribuyan, mezclen, adapten y construyan sobre su trabajo, incluso comercialmente, siempre que reconozcan la creación original. Esta es la licencia más complaciente que se ofrece. Recomendado para la máxima difusión y uso de materiales con licencia.

*Dirección: Calle 27 de Cota Cota
Bloque F.C.P.N. - Primer Piso
Email: ieta@umsa.bo*

Página web: <https://ojs.umsa.bo/ojs/index.php/revistavarianza>



La Paz - Bolivia