

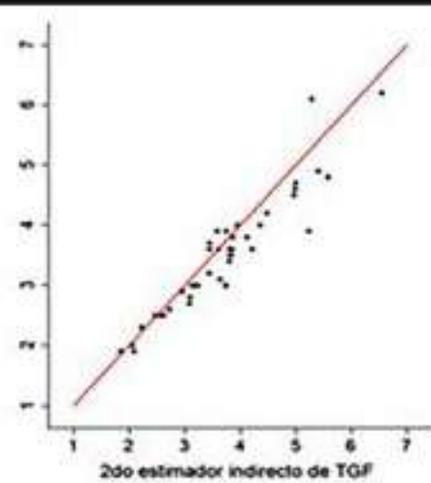
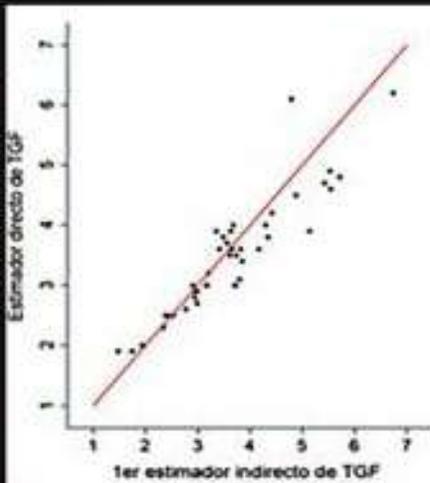


Universidad Mayor de San Andrés
 Facultad de Ciencias Puras y Naturales
 Carrera de Estadística
 Instituto de Estadística Teórica y Aplicada

Varianza No 25

Revista del Instituto de Estadística Teórica y Aplicada

ISSN 2789-3510



UNSA
 FACULTAD DE CIENCIAS
 PURAS Y NATURALES
 CARRERA DE ESTADÍSTICA

IETA
 Instituto de Estadística
 Teórica y Aplicada

$$\begin{aligned}
 &= E[(x-\mu)^2] \\
 &= E[x^2 - 2x\mu + \mu^2] \\
 &= E[x^2] - 2\mu E[x] + \mu^2 \\
 &= E[x^2] - 2\mu^2 + \mu^2 \\
 &= E[x^2] - \mu^2
 \end{aligned}$$



Varianza

Revista de Investigación Científica del
Instituto de Estadística Teórica y Aplicada

Número 25
Abril, 2025
La Paz - Bolivia

Universidad Mayor de San Andrés
Facultad de Ciencias Puras y Naturales
Carrera de Estadística
Instituto de Estadística Teórica y Aplicada (I.E.T.A.)

ISSN 2789-3510 VERSIÓN IMPRESA
ISSN 2789-3529 VERSIÓN EN LÍNEA

DEPÓSITO LEGAL
4-1-285-2021 P.O.

REVISTA VARIANZA
Nº 25 - Abril, 2025

DIRECTOR CARRERA DE ESTADÍSTICA
M. Sc. Juan Carlos Flores López

DIRECTOR INSTITUTO DE ESTADÍSTICA TEÓRICA Y APLICADA
Dr(c) Ramiro Coa Clemente

DIAGRAMACIÓN
Lic. Maria Zulema Vargas Cerrudo

Los artículos presentados son entera responsabilidad de los autores

VISIBILIDAD: REVISTAS BOLIVIANAS



La Paz - Bolivia
Edificio Bloque FCPN - Campus Cota Cota
Teléfonos: 2612824 -2612844
Email: ieta@umsa.bo
Página web: <https://ojs.umsa.bo/ojs/index.php/revistavarianza>

COMITÉ EDITORIAL

EDITOR

Ramiro Coa Clemente, Dr(c)

(Estadístico, Demógrafo)

Universidad Mayor de San Andrés, Carrera de Estadística

Director del Instituto de Estadística Teórica y Aplicada

La Paz, Bolivia

E-mail: *rcoa@fcpn.edu.bo*

COMITÉ CIENTÍFICO INTERNACIONAL

Lizbeth Román Padilla, Ph.D.

(Estadístico)

Universidad Anáhuac (Norte)

Ciudad de México, México

E-mail: *lizroman@hotmail.com*

Yolanda M. Gómez Olmos, Dra.

(Estadístico)

Universidad de Atacama

Atacama, Chile

E-mail: *yolanda.gomez@uda.cl*

Omar Chocotea Poca, Dr.

(Estadístico)

Universidad de Santiago de Chile

Santiago, Chile

E-mail: *omar.chocotea@usach.cl*

Luz Mery González García, Ph.D.

(Estadístico)

Universidad Nacional de Colombia

Bogotá, Colombia

E-mail: *lgonzalezg@unal.edu.co*

Martha Patricia Bohorquez Castañeda, Ph.D.

(Estadístico)

Universidad Nacional de Colombia

Bogotá, Colombia

E-mail: *mpbohorquezc@unal.edu.co*

Adriana D'Amelio, Mg.

(Estadístico)

Universidad Nacional de Cuyo

Mendoza, Argentina

E-mail: *estat06@hotmail.com*

Sergio Alejandro Calderon Villanueva, Ph.D.

(Estadístico)

Universidad Nacional de Colombia

Bogotá, Colombia

E-mail: *sacalderonv@unal.edu.co*

PRESENTACIÓN

Cumpliendo con la difusión semestral de nuestra Revista Científica Varianza, el Instituto de Estadística Teórica y Aplicada (IETA), dependiente de la Carrera de Estadística de la Universidad Mayor de San Andrés, tiene el agrado de publicar la edición N° 25 de la Revista.

En esta oportunidad se presentan dos artículos originales ordenados alfabéticamente. El primero trata de la estimación “correcta” del nivel de fecundidad. La fecundidad es una de las componentes demográficas más importantes en la determinación del tamaño, composición y distribución territorial de una población, y su descenso continuo contribuye al persistente envejecimiento de la misma. A ello se debe la importancia de su correcta estimación. En el documento se constata una discrepancia sistemática entre las estimaciones del nivel de fecundidad obtenidas con los métodos indirecto y directo y, posteriormente, las estimaciones generadas con el procedimiento indirecto son ajustadas o corregidas mediante regresión penalizada. Se concluye que las tasas globales de fecundidad estimadas con el procedimiento indirecto, como las generadas a partir de información de los censos o de las encuestas de hogares, requieren ser corregidas. El segundo artículo tiene como objetivo proporcionar información pronosticada para contribuir a la toma de decisiones en el mercado del estaño. Con base en un modelo SARIMA de series de tiempo, se pronostica que Bolivia alcanzará un pico máximo en la producción de estaño en enero de 2025.

Agradecemos de sobremanera a los profesionales internacionales que revisaron los artículos publicados en esta nueva edición de la Revista.

Por último, invitamos a visitar en la Web la nueva página de la Revista Varianza a través de la siguiente dirección electrónica y código QR.

<https://ojs.umsa.bo/ojs/index.php/revistavarianza>



Dr(c) Ramiro Coa Clemente
DIRECTOR INSTITUTO DE ESTADÍSTICA TEÓRICA Y APLICADA

ÍNDICE

ARTÍCULOS ORIGINALES

Bolivia: Discrepancia entre las tasas globales de fecundidad estimadas con los métodos directo e indirecto. Un modelo para la corrección
Autores: Ramiro Coa Clemente y Patricia Loza Cruz 1

Pronósticos de la producción de estaño en Bolivia basados en modelos SARIMA
Autor: Victor Hugo Quispe Bravo 19

INSTRUCCIONES PARA AUTORES 33

BOLIVIA: DISCREPANCIA ENTRE LAS TASAS GLOBALES DE FECUNDIDAD ESTIMADAS CON LOS MÉTODOS DIRECTO E INDIRECTO. UN MODELO PARA LA CORRECCIÓN

BOLIVIA: DISCREPANCY BETWEEN TOTAL FERTILITY RATES ESTIMATED WITH DIRECT AND INDIRECT METHODS. A MODEL FOR CORRECTION

Ramiro Coa Clemente¹

Instituto de Estadística Teórica y Aplicada, Universidad Mayor de San Andrés, La Paz-Bolivia

✉ clementeco@gmail.com

Patricia Loza Cruz²

Instituto Nacional de Estadística, La Paz-Bolivia

✉ lcruzpatricia@gmail.com

Artículo recibido: 10/02/2025

Artículo aceptado: 25/03/2025

RESUMEN

Esta investigación tiene dos objetivos: por una parte, verificar si las tasas globales de fecundidad estimadas con el método indirecto discrepan sistemáticamente de aquellas generadas con el método directo, considerado este último como el método correcto y asumido por el programa de encuestas demográficas y de salud y, por otra parte, corregirlas si se evidencia una discrepancia sistemática. Con base en la información proporcionada por las encuestas de demografía y salud, se constata importantes diferencias entre las tasas globales de fecundidad estimadas con los métodos directo e indirecto. Para el ajuste o corrección de la tasa estimada con el método indirecto se eligió el modelo de regresión red elástica de entre cuatro modelos ensayados. Las tasas globales de fecundidad predichas con red elástica están mucho más próximas a las tasas correctas que aquellas derivadas con el método indirecto. Estos resultados avalan el procedimiento - empleado en este artículo - para ajustar o corregir las estimaciones indirectas del nivel de fecundidad. En consecuencia, las tasas globales de fecundidad generadas con información de un censo requieren ser corregidas, como también las generadas con información de las encuestas de hogares.

Palabras clave: Tasa global de fecundidad, Método directo, Método indirecto, Aprendizaje automático.

ABSTRACT

This research has two objectives: on the one hand, to verify whether the total fertility rates estimated with the indirect method differ systematically from those generated with the direct method, the latter being considered the correct method and assumed by the demographic and health survey program, and, on the other hand, to correct them if a systematic discrepancy is evident. Based on the information provided by the

¹ Director del Instituto de Estadística Teórica y Aplicada, UMSA. Ex-Director de Investigación en la Unidad de Análisis y Política Social de Bolivia. Ex-Director Nacional de la Encuesta de Demografía y Salud. M.Sc. Estadística, Pontificia Católica de Chile. Mag. Demografía, Centro Latinoamericano de Demografía. Candidato a Doctor en Demografía, Universidad Federal de Minas Gerais. ORCID: [0000-0002-2955-0204](https://orcid.org/0000-0002-2955-0204).

² Lic. Estadística. Especialidad en Evaluación de Impacto de Programas Sociales. M.Sc. Ciencia de Datos. Consultora de instituciones públicas y privadas en análisis estadístico. ORCID: [0009-0009-6633-6264](https://orcid.org/0009-0009-6633-6264)

demographic and health surveys, there are important differences between the total fertility rates estimated with the direct and indirect methods. For the adjustment or correction of the rate estimated with the indirect method, the elastic network regression model was chosen from among four models tested. The overall fertility rates predicted with the elastic net are much closer to the correct rates than those derived with the indirect method. These results support the procedure - used in this article - to adjust or correct the indirect estimates of the fertility level. Consequently, total fertility rates generated with information from a census need to be corrected, as do those generated with information from household surveys.

Keywords: Total fertility rate, Direct method, Indirect method, Machine learning

1. INTRODUCCIÓN

La fecundidad es una de las componentes demográficas más importantes en la determinación del tamaño, composición y distribución territorial de una población. Su evolución temporal define generalmente el ritmo de crecimiento de una población. En el país, similar a lo observado en otros países de la región y del mundo, el nivel de fecundidad ha descendido continuamente en las últimas décadas, afectando el tamaño y la distribución etaria de la población. Muy vinculado a ese continuo descenso de la fecundidad está el proceso de envejecimiento de la población boliviana, iniciado hace varios años.

Una de las medidas sintéticas más usadas del nivel de fecundidad es la tasa global de fecundidad, interpretada como el promedio de hijos nacidos vivos que tendrían las mujeres durante toda su vida reproductiva, si las tasas de fecundidad por edad obtenidas en la encuesta o censo se mantuviesen invariables en el tiempo y las mujeres sobrevivieran todo su periodo reproductivo (Coa y Ochoa, 2009). Esta es una medida útil para comparar los niveles de fecundidad de varias poblaciones ya que no está afectada por diferencias que pudieran existir en las estructuras etarias de sus poblaciones femeninas en edad fértil. Además, a partir de la tasa global de fecundidad se puede derivar, a grandes rasgos, una estimación de la tasa

neta de reproducción, una medida útil para evaluar el reemplazo de una generación por la siguiente³.

En el país, sólo las encuestas demográficas y de salud, las que se han realizado mínimamente cada cinco años, proporcionan información detallada para estimar la tasa global de fecundidad con un procedimiento que no requiere supuestos y ajustes, procedimiento denominado método directo de estimación. La desventaja de estas encuestas es que las estimaciones de los niveles de fecundidad con el método directo sólo pueden calcularse, con cierta confiabilidad, para unidades o categorías definidas por el diseño de la muestra, y no para unidades administrativas pequeñas o incluso medianas, como son los municipios.

Para el caso de pequeñas unidades administrativas o, en general, para poblaciones pequeñas o medianas, la tasa global de fecundidad puede estimarse sólo con información generada a partir de un censo. Esa información censal, sin embargo, no permite aplicar el método directo de estimación, considerado el método “correcto” en este trabajo; por el contrario, se debe recurrir al denominado método indirecto, método que se basa en supuestos y que requiere de algunos ajustes en el proceso de aplicación.

³ Una tasa neta de reproducción igual a 1, equivalente a aproximadamente una tasa global de fecundidad de 2,1, significa que cada generación asegura completamente su reemplazo. Por el contrario, si la tasa es menor a 1, correspondiente a una tasa global de fecundidad menor a 2,1, significa que cada generación no alcanza a reemplazarse.

Entonces, una pregunta que surge es la siguiente: ¿Cuán diferentes o similares son las estimaciones de la tasa global de fecundidad obtenidas con los métodos directo e indirecto? Si ambas estimaciones son sistemática y significativamente diferentes, la siguiente pregunta es: ¿cómo corregir la estimación de la tasa global de fecundidad producida con el método indirecto? El objetivo de esta investigación es responder estas dos preguntas. El último censo realizado en Bolivia, en marzo del año 2024, contiene preguntas diseñadas para obtener estimaciones del nivel de fecundidad mediante el método indirecto. Empero, si se confirma que las estimaciones generadas con ambos métodos son sistemáticamente diferentes, será necesario corregir la estimación derivada con el método indirecto a fin de disponer de estimaciones que permitan una buena comparación tanto entre los niveles de fecundidad de pequeñas poblaciones como entre los niveles de fecundidad de pequeñas y grandes poblaciones.

Luego de esta sección introductoria, en la segunda sección se presentan, de manera concisa, los métodos directo e indirecto para estimar la tasa global de fecundidad, así como los modelos de regresión basados en técnicas de *machine learning* usados para predecir la tasa global de fecundidad corregida; en la tercera sección se evalúan las diferencias entre las tasas globales de fecundidad generadas con ambos métodos, el directo y el indirecto, también se examinan los potenciales predictores de la tasa global de fecundidad correcta y se efectúan las predicciones con el modelo de regresión seleccionado; en la cuarta sección se presentan las principales conclusiones de esta investigación; y el artículo concluye con la quinta sección en la que se presenta una breve discusión de los aspectos centrales de esta investigación.

2. MÉTODOS E INFORMACIÓN

En este trabajo, la tasa global de fecundidad se la estima usando ambos métodos - el indirecto y el directo - empleando una misma fuente de información: la encuesta de demografía y salud de los años 2008 y 2016. Por otra parte, si se confirma que las tasas estimadas con el procedimiento indirecto discrepan de las tasas correctas, aquellas generadas con el método directo, entonces las estimaciones indirectas serán corregidas o ajustadas. Para su corrección se consideran algunos modelos de regresión con función de penalización, denominados también técnicas de *machine learning* o aprendizaje automático. A continuación se hace una descripción sucinta de estos métodos.

2.1 Métodos de Estimación de la Tasa Global de Fecundidad

En general, son dos los métodos más usados para estimar la tasa global de fecundidad o nivel de fecundidad: los denominados directo e indirecto. Ambos hacen uso de la información sobre hijos nacidos vivos. Mientras el método indirecto fue usado extensamente antes del directo, principalmente en países con deficiencias en sus sistemas de registros de hechos vitales, el uso del método directo fue impulsado en principio por el programa de la encuesta mundial de fecundidad y posteriormente por el programa de encuestas demográficas y de salud.

El Método Indirecto

Propuesto por Brass (1964), este método hace uso de la información recopilada en encuestas y censos acerca del número de hijos nacidos vivos durante toda la vida y sobre el número de hijos nacidos vivos durante el año previo a la fecha de la encuesta o censo, además de la cantidad

de mujeres en edad fértil. Cabe notar que este método no requiere de una completa historia de nacimientos detallada con fechas de nacimientos, sexo y otra información. Las preguntas formuladas para obtener información requerida por este método son simples, razón por la que se incluyen en los censos de población y en encuestas de hogares. En las encuestas de demografía y salud, además de recolectar información sobre la historia completa de nacimientos, también se obtiene información para aplicar este procedimiento.

En términos generales, el método consiste en comparar la fecundidad de un período, normalmente el año previo a la fecha de la entrevista, con la paridez media acumulada de toda la vida. El número promedio de hijos nacidos vivos o paridez media, obtenido al dividir el número de hijos declarados por el número de mujeres, es una medida del nivel de fecundidad experimentada por una cohorte de mujeres. Una medida similar a la paridez media puede obtenerse a partir de las tasas observadas de fecundidad específicas por edad, correspondientes al año previo a la fecha de la entrevista, denominadas también tasas de fecundidad preliminares. Al acumular estas tasas observadas se obtiene la fecundidad reciente acumulada, acumulada hasta el límite superior de cada grupo de edades. Luego de realizar una corrección a fin de que la fecundidad reciente acumulada se refiera a la edad central de cada grupo de edades, ésta es comparada con la fecundidad acumulada de toda la vida.

La comparación de la paridez media acumulada con la fecundidad reciente acumulada permite ajustar el nivel de fecundidad reciente, que se supone representa la verdadera estructura de la fecundidad. Para ajustar el nivel de fecundidad reciente se recomienda usar las razones entre ambas medidas acumuladas correspondientes

a mujeres en edades reproductivas relativamente jóvenes puesto que las declaraciones de las mujeres mayores acerca de sus hijos nacidos vivos están sujetas a errores de omisión.

En este trabajo se usan dos tipos de ajuste de las tasas de fecundidad recientes. El primero, hace uso de la razón entre ambas medidas acumuladas concernientes a mujeres de entre 20 a 24 años de edad, ajuste con el que se obtiene una Primera Estimación Indirecta de la tasa global de fecundidad; mientras el segundo ajuste se refiere al uso del promedio ponderado de las razones correspondientes a mujeres de entre 20 a 24 y a mujeres de entre 25 a 29 años de edad, ajuste con el que se genera la Segunda Estimación Indirecta de la tasa global de fecundidad. Estas dos estimaciones indirectas del nivel de fecundidad son consideradas en posteriores análisis.

El Método Directo

Para la estimación de la tasa global de fecundidad por el método directo se hace uso de información acerca de la historia de nacimientos de cada mujer en edad fértil. En el país, sólo en las encuestas de demografía y salud se obtiene información detallada y completa sobre la historia de nacimientos. El sistema de registro administrativo de hechos vitales aún enfrenta problemas de cobertura y de omisión, entre otros.

Con este método, la tasa global de fecundidad combina las tasas específicas de fecundidad por grupos de edades para un periodo determinado, generalmente el periodo de 1 a 36 meses antes de la encuesta. Estas tasas específicas son las razones entre el número de nacimientos ocurridos en el periodo de tiempo a mujeres del grupo de edades en el momento del nacimiento y el número de años-mujer de exposición en el mismo

Bolivia: Discrepancia entre las tasas globales de fecundidad estimadas con los métodos directo e indirecto. Un modelo para la corrección

periodo de tiempo de mujeres del mismo grupo de edades.

Este método, descrito en términos generales, al que se ha denominado método directo en este trabajo, es adoptado por el Programa de Encuestas Demográficas y de Salud. Además de no requerir de supuestos ni ajustes, la calidad de los datos empleados por el método es razonablemente confiable puesto que la información sobre historia de nacimientos en las encuestas de demografía y salud, particularmente en la del año 2008 (Coa y Ochoa, 2009), no está seriamente afectada por la omisión de nacimientos o por errores en las declaraciones de fechas de nacimientos. Por lo anterior, la tasa global de fecundidad estimada con el método directo es considerada correcta.

2.2 Modelos de Regresión para Corrección de la Discrepancia

Esta sección se basa en la síntesis acerca de modelos de regresión penalizados, expuesto en el artículo de Coa (2023).

Para corregir la discrepancia en la tasa global de fecundidad calculada mediante el método indirecto con relación a la obtenida con el método directo, en este trabajo se recurre a modelos de regresión con función de penalización, denominados también técnicas de *machine learning*. Estos modelos tienen una estructura común, descrita a continuación.

Dado el modelo de regresión

$$Y_i = \beta_0 + X_i^t \beta + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

donde Y_i es la respuesta para la i -ésima observación; β_0 es un coeficiente denominado intercepto; X_i es un vector de covariables correspondiente a la i -ésima observación, de dimensión $p \times 1$; β es un vector de coeficientes asociados a las covariables, de dimensión

$p \times 1$; y ε_i es el error aleatorio asociado a la i -ésima observación; la función objetivo penalizada a ser minimizada es

$$\varphi = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - X_i^t \beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p [(1 - \alpha)\beta_j^2 + \alpha|\beta_j|],$$

donde $(Y_i - \beta_0 - X_i^t \beta)^2$ es el cuadrado del error de predicción en la muestra, λ es un coeficiente de penalización general que controla el grado de penalización y α es otro coeficiente que, dependiendo de su valor, determina una función de penalización específica. Los modelos de regresión con funciones de penalización específicas son:

Regresión ridge

Si $\alpha = 0$ y $\lambda > 0$, la función φ se reduce a la función penalizada para obtener el vector de estimadores ridge.

Regresión ridge fue usada durante mucho tiempo como un método para mantener las variables altamente colineales en un modelo de regresión lineal con fines de predicción. Este tipo de regresión no selecciona variables, por el contrario, mantiene todas las variables en el modelo, aunque muchos coeficientes estimados son pequeños en valor.

La penalización en la regresión ridge elimina la inestabilidad de los coeficientes estimados por mínimos cuadrados ordinarios en un modelo de regresión lineal clásico, inestabilidad debida a la presencia de alta multicolinealidad entre las covariables. Cuanto más grande el valor de λ , los coeficientes serán más pequeños y más robustos a la colinealidad. Consecuentemente, la regresión ridge produce estimadores puntuales que pueden ser usados para predicción.

Regresión lasso

Si $\alpha = 1$ y $\lambda > 0$, la función φ se reduce a la

función penalizada lasso, función que permite obtener el vector de estimadores lasso.

A diferencia de regresión ridge, en la que se conservan en el modelo todas las variables predictoras, es decir, ninguno de los coeficientes del modelo se hace cero; en regresión lasso la penalización tiene otro efecto, elimina las variables que no agregan poder predictivo al modelo, esto es, algunos coeficientes llegan a ser iguales a cero. Por ello, tanto la regresión lasso como la regresión ridge reducen la complejidad del modelo, aunque por medios diferentes. La regresión lasso reduce el número de covariables que afectan la variable respuesta, mientras la regresión ridge reduce el peso que tiene cada covariable sobre la respuesta.

Otro efecto de la penalización, válido para regresión ridge y lasso, es evitar un posible sobreajuste del modelo. Esto es, la penalización de los coeficientes más altos mejora la generalización del modelo estimado, contribuye a que el modelo funcione bien tanto con los datos de entrenamiento como con los datos de prueba, una característica deseada para fines de esta investigación.

Por último, regresión lasso, similar a regresión ridge, también permite enmendar el problema de multicolinealidad. Si dos o más variables predictoras son altamente colineales, sus correspondientes coeficientes de mínimos cuadrados ordinarios pueden resultar en valores espuriamente altos. En este caso, las predicciones de la variable respuesta son sensibles incluso a pequeños cambios en los datos. Esto es, el modelo fue sobreajustado en los datos de entrenamiento y podría no ser apropiado para obtener predicciones precisas con otros datos. En esta situación, ambas penalizaciones, lasso y

ridge, corrigen los coeficientes altos. Lasso corrige la multicolinealidad reduciendo esos coeficientes a cero, mientras ridge sólo reduce sus valores, no los anula.

Regresión red elástica

Si $0 < \alpha < 1$ y $\lambda > 0$, φ es la función penalizada que permite obtener el vector de estimadores de red elástica.

Igual que regresión lasso, regresión red elástica puede ser usada para predicción y para selección del modelo. Este modelo de regresión tiene un término de penalización que es una combinación de la penalidad usada por regresión lasso y la penalidad usada por regresión ridge. Los coeficientes estimados con regresión red elástica son más robustos que los estimados con regresión lasso a la presencia de covariables altamente correlacionadas.

Regresión clásica

Si $\lambda = 0$, la función φ se reduce a la función objetivo, no penalizada, que permite obtener el vector de estimadores en un modelo de regresión clásico.

El modelo de regresión clásico, sin embargo, presenta al menos tres problemas. Primero, no realiza una selección de predictores, todos los predictores se incorporan en el modelo aunque no aporten información relevante, por lo que se reduce su capacidad predictiva; segundo, en presencia de alta multicolinealidad, los estimadores de mínimos cuadrados ordinarios son inestables, es decir, sus magnitudes pueden cambiar considerablemente con diferentes muestras, además de producir estimadores con valores absolutos demasiado grandes y; tercero, la predicciones en otras muestras podrían ser

⁴ En el país, la encuesta de demografía y salud se realizó en siete oportunidades, la última fue en el año 2023, aunque no se publicó aún la base de datos de la última encuesta. Por ello, en el presente estudio se usan los datos de las encuestas de demografía y salud de 2008 y 2016.

Bolivia: Discrepancia entre las tasas globales de fecundidad estimadas con los métodos directo e indirecto. Un modelo para la corrección

muy pobres, produciendo considerables errores de predicción.

2.3 Información

En Bolivia, la única fuente de información que permite abordar los dos objetivos de este trabajo es la encuesta nacional de demografía y salud⁴, ya que esta fuente permite aplicar ambos métodos de estimación de la fecundidad, el directo y el indirecto, y, por tanto, permite evaluar las discrepancias entre las tasas globales de fecundidad estimadas con ambos procedimientos.

Cabe notar que la información sobre historia de nacimientos, la que es requerida por el método directo, y particularmente aquella obtenida en la encuesta de demografía y salud del año 2008, es razonablemente confiable y no está seriamente afectada por la omisión de nacimientos vivos o por errores en las declaraciones de fechas de nacimientos. El apéndice C del informe final de la encuesta de 2008 sobre calidad de la información proporciona varios resultados al respecto (Coa y Ochoa, 2009), los que evidencian la calidad aceptable de los datos. Igualmente, la información requerida por el método indirecto sobre el número de hijos nacidos vivos y el número de nacimientos en el año previo a la encuesta es bastante confiable, puesto que el cuestionario de las encuestas de demografía y salud fue diseñado apropiadamente para reducir al máximo la omisión de nacimientos.

Las tasas globales de fecundidad fueron estimadas tanto con el método directo como con el indirecto usando la información de las encuestas de demografía y salud de los años 2008 y 2016, para diferentes categorías de análisis: país, áreas de residencia urbana y rural, departamento de residencia, nivel de educación de la madre, quintil de riqueza del hogar y pertenencia étnica de la madre. Se tuvo un total de 43 estimaciones, 24

correspondientes al año 2008 y 19 para el 2016.

Además de las tasas globales de fecundidad calculadas con el método directo para cada categoría de análisis, se obtuvieron dos estimaciones de la misma tasa con el método indirecto, descritas en la sección 2.1. Adicionalmente, a partir de las tasas de fecundidad recientes específicas por edad, se obtuvo, sin realizar ningún ajuste, una tercera estimación de la tasa global de fecundidad, denominada tasa global de fecundidad preliminar carente de ajuste. Si bien esta última medida no es, en rigor, un estimador indirecto apropiado de la tasa global de fecundidad, tiene dos virtudes: por una parte, parece estar muy asociada con la tasa global de fecundidad obtenida con el método directo, considerada como la estimación correcta y, por otra parte, su cálculo es muy simple, se la obtiene con una simple división. Por estas dos características, la tasa global de fecundidad preliminar - carente de ajuste - es un potencial predictor de la tasa global de fecundidad correcta.

Es importante notar que estas tres variables (los dos estimadores indirectos y el estimador preliminar sin ningún ajuste), consideradas potenciales predictoras de la correcta tasa global de fecundidad, además de ser simples en su cálculo, pueden ser generadas con datos de un censo o de una encuesta que no recolecta información sobre historia de nacimientos, como por ejemplo la encuesta de hogares realizada periódicamente por el Instituto Nacional de Estadística. En consecuencia, el modelo de regresión que sea seleccionado permitirá predecir o estimar la tasa global de fecundidad correcta para unidades administrativas pequeñas, por ejemplo para los 343 municipios del país.

Es más, como las encuestas de demografía y salud - en las que se obtienen datos de

historia de nacimientos - se realizan cada cierto número de años y las encuestas de hogares - en las que no se recolectan datos de historia de nacimientos - se realizan cada año, entonces también se podría predecir o estimar la tasa global de fecundidad correcta para aquellos años intermedios en los que no se haya realizado la encuesta de demografía y salud.

2.4 Medidas de Discrepancia

Para evaluar la existencia o no de una considerable discrepancia entre la estimación de la tasa global de fecundidad obtenida con los métodos directo e indirecto se obtienen dos diferencias. Una diferencia absoluta, definida como

$$Dif.Absoluta = ETGF_i - ETGF_{directo}$$

donde $ETGF_i$ significa estimación de la tasa global de fecundidad con el i -ésimo procedimiento indirecto, $i = 1$ representa la primera estimación con el método indirecto,

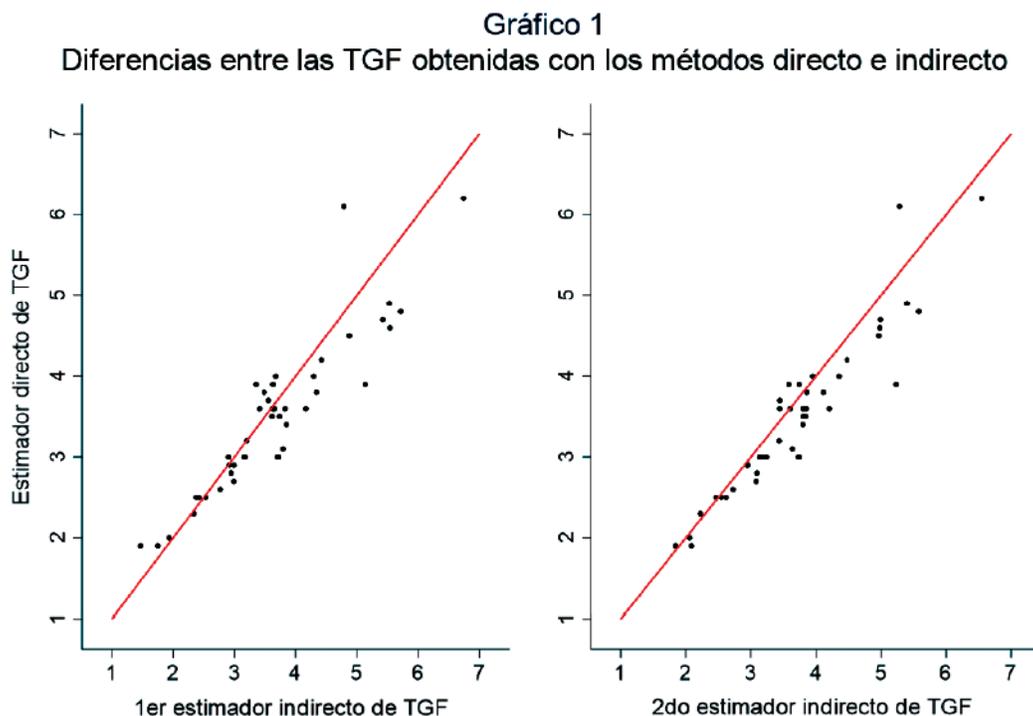
$i = 2$ se refiere a la segunda estimación con el método indirecto e $i = 3$ a la estimación con el modelo de regresión penalizado; y $ETGF_{directo}$ denota la estimación de la tasa global de fecundidad con el método directo; y una diferencia relativa definida como

$$Dif.Relativa = \frac{|ETGF_i - ETGF_{directo}|}{ETGF_{directo}} * 100.$$

3. RESULTADOS

3.1 Diferencias Producidas por el Método indirecto

Una primera idea acerca de las diferencias o discrepancias entre las tasas globales de fecundidad estimadas con los métodos directo e indirecto se exhibe en el Gráfico 1. Recordemos que se tienen dos estimadores indirectos del nivel de fecundidad. En el panel izquierdo se presentan las discrepancias de la primera estimación indirecta respecto de la estimación correcta, aquella generada



Fuente: Elaboración propia
TGF: Tasa Global de Fecundidad

Bolivia: Discrepancia entre las tasas globales de fecundidad estimadas con los métodos directo e indirecto. Un modelo para la corrección

Cuadro 1
Magnitud de las diferencias entre las TGF obtenidas con los métodos directo e indirecto

Diferencia	Estimación indirecta de TGF	Estadísticas resumen de magnitudes de las diferencias			
		Promedio	Desviación estándar	Mínima	Máxima
Absoluta	Primera	0,17	0,46	-1,31	1,24
	Segunda	0,22	0,35	-0,82	1,33
Relativa	Primera	9,62	7,80	0,06	31,69
	Segunda	8,51	6,95	0,11	34,13

Fuente: Elaboración propia
TGF= Tasa Global de Fecundidad

con el método directo; mientras en el panel derecho se observan las discrepancias de la segunda estimación indirecta con relación a la estimación directa. En ambos paneles se observan considerables desviaciones de las estimaciones indirectas respecto de las directas, pues casi todos los puntos están alejados de la línea diagonal, principalmente cuando la estimación indirecta es superior a 3.

La magnitud de las diferencias entre las estimaciones indirectas y directas puede observarse en el Cuadro 1. Con relación al primer estimador indirecto, sus estimaciones del nivel de fecundidad presentan importantes desviaciones, en términos absolutos, respecto de las producidas con el método directo. En un extremo, la estimación indirecta del nivel de fecundidad es 1.31 hijos menos que la estimación correcta; mientras que en el otro extremo, con la estimación indirecta se obtiene 1,24 hijos más que con la estimación correcta. Similares resultados se registran con el segundo estimador indirecto. Las considerables diferencias también se pueden apreciar en términos relativos. En promedio, se registra una desviación de 9.62% de las estimaciones indirectas con relación a las correctas, esto en el caso del

primer estimador indirecto; en tanto para el segundo estimador indirecto la desviación promedio es levemente inferior, 8.51%. También se registra que las diferencias relativas máximas, para ambas estimaciones indirectas, son altas, ascienden a más de 30%. En conjunto, estos resultados constatan importantes desviaciones de las tasas globales de fecundidad estimadas con el método indirecto respecto de las tasas correctas, aquellas estimadas con el método directo.

¿Con cuál de las dos estimaciones indirectas de la tasa global de fecundidad se producen diferencias o discrepancias más pequeñas? A primera vista, la similitud en la dispersión de los puntos en ambos paneles del Gráfico 1 sugiere que ambos indicadores indirectos de la tasa global de fecundidad producen similares discrepancias con relación a la estimación directa. Pruebas estadísticas formales confirman esta similitud. Efectivamente, pruebas t-student para la igualdad de promedios tanto de las diferencias absolutas como de las diferencias relativas no son rechazadas. Un resultado similar se obtiene con un análisis de varianza. Por tanto, las discrepancias o desviaciones de las estimaciones indirectas respecto de las

correctas son estadísticamente similares, aunque los resultados también sugieren que la segunda estimación indirecta de la fecundidad tiende a producir discrepancias levemente inferiores.

3.2 Un Predictor Apropriado para la Corrección de la Discrepancia

Ambos estimadores indirectos del nivel de fecundidad son potenciales predictores del correcto nivel de fecundidad. Efectivamente, estos dos indicadores están muy correlacionados con la estimación correcta de la tasa global de fecundidad, presentando una correlación de 0.91 para el primer estimador indirecto y 0.94 para el segundo (véase Cuadro 1A del anexo).

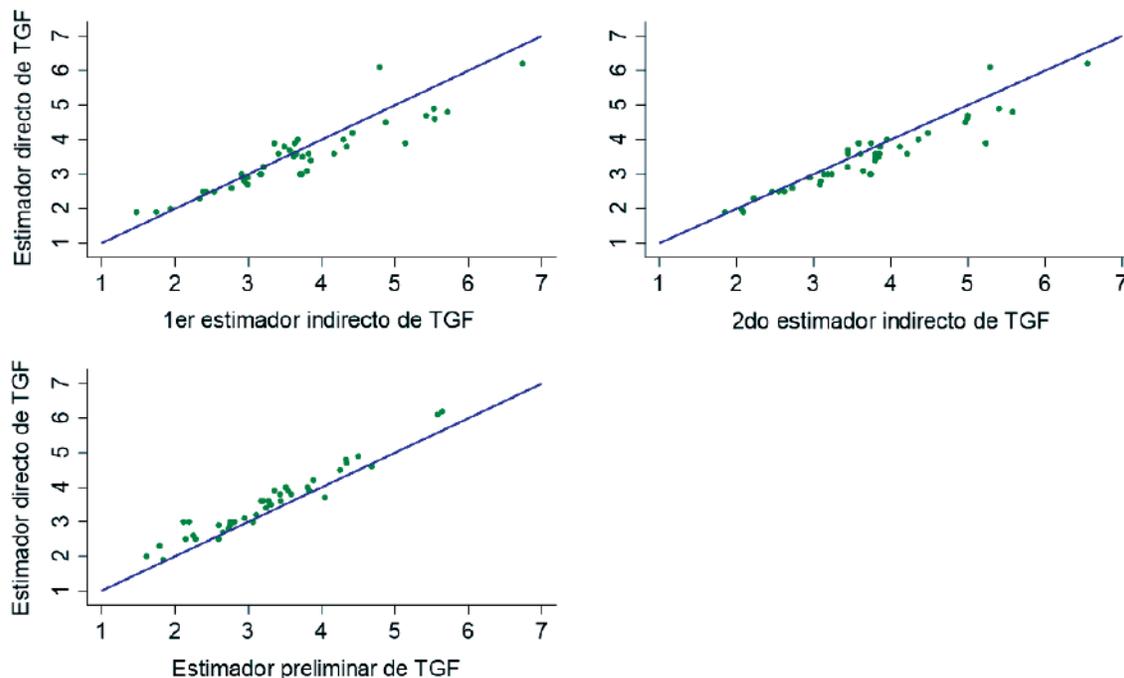
Se tiene, sin embargo, un tercer predictor potencial, el cual se encuentra más fuertemente asociado con el estimador correcto que los

dos estimadores indirectos. Ciertamente, la correlación entre los estimadores correcto y preliminar de la fecundidad es más alta (0.97). El tercer panel del Gráfico 2 devela este hecho, que el estimador correcto del nivel de fecundidad está más asociado con el estimador preliminar de la fecundidad que con los otros dos estimadores indirectos.

Además de esa asociación más estrecha, en el mismo tercer panel del Gráfico 2 se puede apreciar que casi todas las estimaciones preliminares de la tasa global de fecundidad son menores o iguales a las estimaciones correctas, sea cual sea el nivel de fecundidad (casi todos los puntos se encuentran por encima de la línea diagonal). Esto es, las estimaciones preliminares de la tasa global de fecundidad subestiman sistemáticamente la tasa correcta, independientemente del nivel de fecundidad. Con base en estas tres

Gráfico 2

Asociación del estimador directo con los estimadores indirectos y preliminar de la TGF



Fuente: Elaboración propia
TGF: Tasa Global de Fecundidad

Bolivia: Discrepancia entre las tasas globales de fecundidad estimadas con los métodos directo e indirecto. Un modelo para la corrección

características del estimador preliminar - alta asociación, subestimación sistemática e independencia del nivel de fecundidad - el estimador preliminar de la tasa global de fecundidad podría ser un buen predictor de la tasa correcta. En términos gráficos, la predicción del nivel de fecundidad correcto podría consistir simplemente en desplazar levemente hacia arriba la línea diagonal en el tercer panel del Gráfico 2. La medida en que se la debe desplazar estará definida por los coeficientes del modelo de regresión penalizado que se seleccione.

3.3 Predicción de la Correcta Tasa Global de Fecundidad

Se evidenció en anteriores secciones que la tasa global de fecundidad obtenida con cualquiera de los dos estimadores indirectos examinados en este documento discrepa o es diferente de la estimación correcta, aquella que es producida por el método directo y que fue adoptada por el programa de encuestas de demografía y salud. En consecuencia, las estimaciones del nivel de fecundidad

generadas con información de un censo o de las encuestas de hogares, información que hace uso el método indirecto, no serán correctas. Este es un problema que se presenta cuando se estima el nivel de fecundidad para pequeñas áreas, por ejemplo para municipios.

Para subsanar este problema, la estrategia adoptada en esta investigación es seleccionar un modelo de regresión penalizado de modo que las tasas globales de fecundidad predichas con ese modelo seleccionado sean muy parecidas a las tasas generadas con el método directo, tasas aceptadas como las correctas. Con este propósito, en cada uno de los cuatro modelos ensayados se incluyeron como variables predictoras el estimador preliminar de la tasa global de fecundidad y los otros dos estimadores indirectos de la misma tasa. Los algoritmos de *machine learning* permitirán seleccionar el modelo más apropiado para realizar predicciones confiables.

Un criterio importante para seleccionar el modelo más apropiado es su capacidad de

Cuadro 2
Criterios para evaluar la capacidad predictiva de los modelos penalizados

Regresión	Muestra	CME	R ²
Clásica	Training	0,008	0,99
	Testing 1	0,115	0,89
	Testing 2	0,075	0,91
Ridge	Training	0,014	0,98
	Testing 1	0,031	0,97
	Testing 2	0,095	0,88
Lasso	Training	0,009	0,99
	Testing 1	0,073	0,93
	Testing 2	0,055	0,93
Red elástica	Training	0,010	0,99
	Testing 1	0,040	0,96
	Testing 2	0,057	0,93

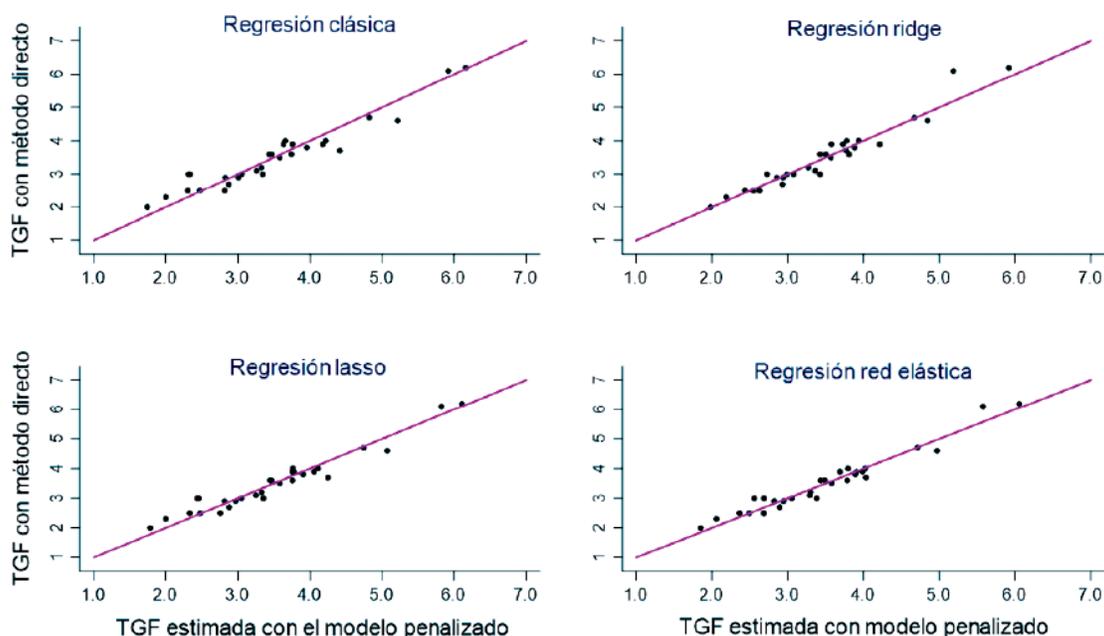
Fuente: Elaboración propia

CME: Cuadrado Medio del Error

R²: Coeficiente de Determinación

Gráfico 3

TGF estimadas con método directo comparadas con TGF estimadas con distintos modelos



Fuente: Elaboración propia
TGF: Tasa Global de Fecundidad

generar predicciones confiables en otras muestras. Para diagnosticar este criterio, la muestra total de 43 observaciones se dividió aleatoriamente en tres submuestras de similar tamaño. En terminología de *machine learning*, la primera submuestra es la de entrenamiento o *training*, mientras las otras dos son usadas para testear la calidad de las predicciones. Con el propósito de evaluar el ajuste del modelo y la calidad de las predicciones se consideran el coeficiente de determinación y el cuadrado medio del error, respectivamente. Los valores de estas dos medidas para los cuatro modelos de regresión ensayados se muestran en el Cuadro 2.

Con base en estas dos medidas, el modelo de regresión red elástica presenta un mejor desempeño. En efecto, este modelo reporta el menor error cuadrático medio de las predicciones y un mejor ajuste en las muestras de prueba (Cuadro 2). Por tanto, para estimar

la tasa global de fecundidad correcta se elige el modelo de regresión red elástica. Cabe notar, sin embargo, que el desempeño de los otros tres modelos no es malo, incluso el de regresión clásica. Este hecho se debe principalmente a que el estimador preliminar de la tasa global de fecundidad está fuertemente correlacionado con la tasa correcta (tercer panel del Gráfico 2).

El mejor desempeño del modelo red elástica también puede apreciarse en términos gráficos. En el Gráfico 3 se observa que las predicciones de la tasa global de fecundidad generadas con regresión red elástica se encuentran más próximas a las estimaciones correctas del nivel de fecundidad - los puntos están más próximo a la línea diagonal - que las predicciones obtenidas con las otras tres regresiones, si bien regresión lasso también tiene un buen desempeño.

Bolivia: Discrepancia entre las tasas globales de fecundidad estimadas con los métodos directo e indirecto. Un modelo para la corrección

Cuadro 3

Magnitud de las diferencias del estimador directo de la TGF con los estimadores indirectos y con los estimadores de regresión red elástica (se consideran sólo estimaciones de la TGF para los grupos de *testing* 1 y 2)

Diferencia	Diferencia del estimador directo con:	Estadísticas resumen de magnitudes de las diferencias			
		Promedio	Desviación estándar	Mínima	Máxima
Absoluta	1er estimador indirecto	0,17	0,50	-1,31	1,24
	2do estimador indirecto	0,20	0,39	-0,82	1,33
	regresión red elástica	-0,01	0,22	-0,53	0,38
Relativa	1er estimador indirecto	9,78	8,74	0,06	31,69
	2do estimador indirecto	8,90	8,02	0,11	34,13
	regresión red elástica	5,20	3,88	0,19	14,69

Fuente: Elaboración propia

TGF= Tasa Global de Fecundidad

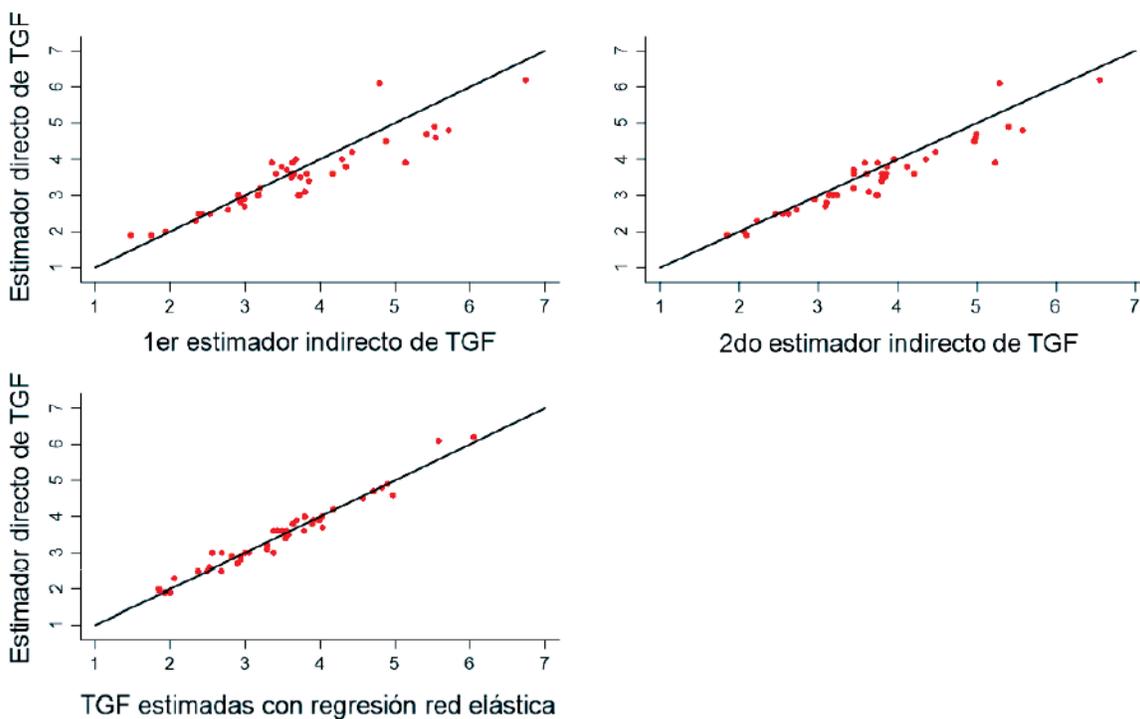
Resultados de la medida en la que el modelo de red elástica permite mejorar o corregir la estimación de la tasa global de fecundidad se exhiben en el Cuadro 3. Para generar esos resultados se han considerado sólo las dos submuestras de prueba o testeo, puesto que interesa principalmente la capacidad predictiva del modelo en muestras distintas a la de entrenamiento. Se presentan las diferencias absolutas y relativas entre las predicciones de la tasa global de fecundidad basadas en regresión red elástica y las estimaciones correctas de la misma tasa. Con fines de comparación también se presentan las diferencias entre las estimaciones indirectas y las correctas.

Entre los resultados expuestos en el Cuadro 3 se tiene que las desviaciones absolutas de las tasas globales de fecundidad estimadas con regresión red elástica respecto de las estimaciones correctas son menos variables o menos dispersas (0.22) que aquellas estimaciones generadas con el método indirecto (0.50 para el primer estimador indirecto y 0.39 para el segundo). En efecto,

con red elástica, en un extremo se estima una tasa de 0.53 hijos menos que con el método correcto y, en el otro extremo, la tasa estimada es 0.38 hijos más que la tasa correcta. Estas desviaciones o valores extremos son mucho más grandes para las dos estimaciones indirectas. Estos resultados constatan que con regresión red elástica se logró una mejora en la estimación de la tasa global de fecundidad. En términos de diferencias relativas también se observan importantes mejoras. La diferencia relativa promedio de alrededor de 9% para las estimaciones indirectas se redujo a 5.2% para las estimaciones generadas con red elástica. Igualmente, se registra una considerable reducción en las diferencias extremas. La diferencia relativa máxima de al menos 31.69% para el caso de las estimaciones indirectas se redujo a 14.69% para el caso de la estimación con red elástica. Estos resultados también constatan que las estimaciones de la tasa global de fecundidad obtenidas con el modelo de regresión red elástica están más próximas de las tasas correctas que aquéllas derivadas con el método indirecto.

Gráfico 4

Comparación del estimador directo con estimadores indirectos y con estimadores de red elástica



Fuente: Elaboración propia
 TGF: Tasa Global de Fecundidad

Esta mejora puede también apreciarse en términos gráficos. En los dos primeros paneles del Gráfico 4 se reproducen las diferencias o discrepancias entre las estimaciones indirectas de la tasa global de fecundidad y las correctas estimaciones de la misma tasa. Se podría decir que esas diferencias representan la situación inicial. En cambio, el tercer panel exhibe las diferencias entre las estimaciones de las tasas obtenidas con red elástica y las correctas estimaciones. Claramente las estimaciones con red elástica están mucho más próximas a las estimaciones correctas (todos los puntos están muy próximos de la línea diagonal).

4. CONCLUSIONES

Se constató importantes diferencias entre las tasas globales de fecundidad estimadas con los métodos indirecto y directo, este último

considerado como el método correcto, el cual fue asumido por el programa de encuestas demográficas y de salud. Esas diferencias se agudizan cuando el nivel de fecundidad es más alto, superior a 3 hijos, llegando a registrarse una discrepancia de hasta 34 por ciento. En consecuencia, la tasa global de fecundidad estimada con el método indirecto requiere de un ajuste o corrección a fin de lograr una estimación igual o al menos muy próxima a la estimación correcta de la tasa.

De los cuatro modelos de regresión ensayados para obtener estimaciones de la tasa global de fecundidad de modo que estén lo más próximo posible a las estimaciones correctas, se eligió el modelo de red elástica, un modelo que, con el uso de algoritmos de *machine learning*, reduce más que los otros tres modelos los errores de predicción de la tasa

Bolivia: Discrepancia entre las tasas globales de fecundidad estimadas con los métodos directo e indirecto. Un modelo para la corrección

global de fecundidad en muestras diferentes a la de entrenamiento.

Las estimaciones de la tasa global de fecundidad derivadas con regresión red elástica están mucho más próximas de las tasas correctas que aquellas derivadas con el método indirecto. Ciertamente, la diferencia promedio de alrededor de 9 por ciento entre las estimaciones indirectas y la estimación correcta de la tasa global de fecundidad se redujo a una diferencia promedio de 5.2 por ciento entre las generadas con red elástica y las estimaciones correctas. Igualmente, se registró una considerable reducción en las diferencias extremas con relación a la estimación correcta; de al menos 31.69% para el caso de las estimaciones indirectas se redujo a 14.69% para el caso de la estimación con red elástica.

5. DISCUSIÓN

El método directo para estimar la tasa global de fecundidad, considerado como el correcto, sólo es aplicable con información generada en las encuestas demográficas y de salud y, por tanto, sólo permite estimaciones confiables para dominios definidos en el diseño de la muestra. En consecuencia, no es posible aplicar este método para áreas menores, como son los municipios. Para estimar el nivel de fecundidad de municipios se debe necesariamente recurrir a la información

generada en un censo, información que sólo permite aplicar el método indirecto, el cual, como se demostró en este trabajo, difiere considerablemente de la estimación correcta del nivel de fecundidad. La estimación correcta, o una muy aproximada a la correcta, puede derivarse a partir del modelo de red elástica estimado en este artículo.

A causa de que las encuestas demográficas y de salud se llevan a cabo cada cierto número de años, tampoco es posible disponer de estimaciones correctas del nivel de fecundidad para años intermedios. Con la finalidad de generar estimaciones confiables para esos años intermedios, se puede usar la información proporcionada por las encuestas de hogares, encuestas que son realizadas anualmente por el Instituto Nacional de Estadística y que proporcionan información para aplicar el método indirecto de estimación de la tasa global de fecundidad. Con esta estimación indirecta y el estimador preliminar de la fecundidad, se puede derivar la estimación ajustada o corregida de la tasa haciendo uso del modelo estimado de red elástica.

Conflicto de Intereses

Los autores declaran que no hay conflicto de intereses con respecto a la publicación de este documento.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

- Barber D. (2015). Bayesian Reasoning and Machine Learning. www.cs.ucl.ac.uk/staff/D.Barber/brml
- Brass W. (1964). Uses of census or survey data for the estimation of vital rates. Economic Commission for Africa.
- Brass W. (1974). Métodos para estimar la fecundidad y la mortalidad en poblaciones con datos limitados. CELADE, Serie E, No 14.
- Brass W. and Coale A. J. (1968). Methods of Analysis and Estimation, en Brass W., Coale A. J., Demeny P., Heisel D., Lorimer F., Romaniuk A. and de Wale E. The Demography of Tropical Africa, pp. 88-150. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Coa R. y Ochoa L. (2009). Bolivia: Encuesta Nacional de Demografía y Salud. Informe final. Ministerio de Salud y Deportes, Programa Reforma de Salud e Instituto Nacional de Estadística.
- Coa R. (2023). Sobrestimación de la tasa de mortalidad infantil obtenida con el método indirecto. Un modelo para su corrección. Revista varianza No 22
- Coale A. and Trussell J. (1974). Model fertility schedules: variations in the age structure of childbearing in human populations. Population Index, Vol. 40, No. 2, pp. 185-258.
- Hastie T., Tibshirani R. and Friedman J. (2008). The elements of statistical learning. Data mining, inference and prediction. Springer, 2nd Ed.
- Pullum T., Assaf S. and Staveteig S. (2017). Comparisons of DHS Estimates of Fertility and Mortality with Other Estimates. DHS Methodological Reports No. 21.
- Shalev S. and Ben S. (2014). Understanding machine learning: From theory to algorithms. Cambridge University Press.

Bolivia: Discrepancia entre las tasas globales de fecundidad estimadas con los métodos directo e indirecto. Un modelo para la corrección

ANEXO

Cuadro 1A

Matriz de correlaciones entre estimadores de la TGF

	Estimador directo de TGF	1er estimador indirecto de TGF	2do estimador indirecto de TGF	Estimador preliminar de TGF
Estimador directo de TGF	1,00			
1er estimador indirecto de TGF	0,91	1,00		
2do estimador indirecto de TGF	0,94	0,98	1,00	
Estimador preliminar de TGF	0,97	0,89	0,90	1,00

Fuente: Elaboración propia

TGF: Tasa Global de Fecundidad

PRONÓSTICOS DE LA PRODUCCIÓN DE ESTAÑO EN BOLIVIA BASADOS EN MODELOS SARIMA

BOLIVIAN TIN PRODUCTION FORECASTS BASED ON SARIMA MODELS

Victor Hugo Quispe Bravo¹
Universidad Autónoma Tomas Frías

✉ quispebravovictorhugo@gmail.com

Artículo recibido: 31/01/2025

Artículo aceptado: 24/03/2025

RESUMEN

Esta investigación tuvo como objetivo proporcionar información pronosticada para contribuir a la toma de decisiones en el mercado del estaño. Se trabajó con datos de series de tiempo desde enero de 2000 hasta agosto de 2024, obtenidos de la página oficial del Instituto Nacional de Estadística. Se empleó la metodología Box-Jenkins y, tras realizar tres pruebas de estacionariedad, se confirmó que la serie no es estacionaria. Para la modelización, se utilizó la función auto.arima del software estadístico R, que seleccionó automáticamente el modelo SARIMA (1,1,3)(1,0,0)[12] con base en el criterio de información de Akaike (AIC) más bajo, que fue de 3959.19. La validación del modelo se realizó mediante diversas pruebas que confirmaron la ausencia de autocorrelación residual, evidenciada a través de los gráficos ACF, PACF y la prueba de Box-Ljung. Los pronósticos indicaron que la producción de estaño en Bolivia alcanzará un pico máximo en enero de 2025, con 1677.005 TM, y el modelo mostró un error aceptable con un MAPE de 13.93. Con base en esta evaluación, se concluye que los modelos SARIMA son una herramienta eficaz para pronosticar series temporales relacionadas con la producción minera de estaño, superando los enfoques tradicionales empleados en estudios previos. Sin embargo, futuras investigaciones podrían considerar la incorporación de variables exógenas, como los precios internacionales, y la exploración de métodos más avanzados, como las redes neuronales, para mejorar la precisión del pronóstico.

Palabras clave: SARIMA, series temporales, producción de estaño, Bolivia, pronóstico, estacionalidad.

ABSTRACT

This research aimed to provide forecasted information to support decision-making in the tin market. Time series data from January 2000 to August 2024 were used, obtained from the official website of the National Institute of Statistics. The Box-Jenkins methodology was applied, and after performing three stationarity tests, it was confirmed that the series is non-stationary. For modeling, the auto.arima function from the statistical software R was used, which automatically selected the SARIMA (1,1,3)(1,0,0)[12] model based on the lowest Akaike Information Criterion (AIC) value of 3959.19. The model validation was conducted through various tests, confirming the absence of residual autocorrelation, as evidenced by ACF, PACF plots and the Box-Ljung test. Forecasts indicated that tin production in Bolivia will reach a peak in January 2025, with 1677.005 TM, and the model demonstrated an acceptable error with a MAPE of 13.93. Based on this evaluation, it is concluded that SARIMA models are an effective tool for forecasting time series related to tin mining production, outperforming traditional approaches used in previous studies. However, future research could consider incorporating exogenous variables, such as international prices, and exploring more advanced methods, such as neural networks, to improve forecast accuracy.

Keywords: SARIMA, time series, tin production, Bolivia, forecasting, seasonality.

¹ Estadístico y asesor de tesis, con experiencia en análisis de datos y modelamiento estadístico. Docente universitario en la U.A.T.F. (2022 y 2024) y consultor en proyectos sociales y económicos. Autor de diferentes artículos. ORCID: [0009-0004-5579-7800](https://orcid.org/0009-0004-5579-7800)

1. INTRODUCCIÓN

El estaño es uno de los pilares de la economía boliviana debido al impacto en el Producto Interno Bruto (PIB), así como en la generación de empleos y divisas derivadas de su producción (Banco Mundial, 2022). Desde el auge en el siglo XX, la producción de estaño en Bolivia ha enfrentado cambios significativos (Hernández, 2023). Sin embargo, estos cambios no siempre se analizan con metodologías de pronósticos robustos que permitan anticipar tendencias ascendentes o descendentes, lo que podría facilitar la toma de decisiones en el sector minero.

Por ejemplo, la producción de estaño de la Empresa Minera Huanuni disminuyó de 8.928 TMF en 2021 a 6.378 TMF en 2022. Esta falta de previsión puede dificultar la capacidad de adaptación a la demanda internacional, afectando así la económica del país (Rodríguez López et al., 2020).

El estaño es un mineral de gran importancia para Bolivia debido a su concentración en regiones como Oruro y Potosí. Esta industria representa una de las principales fuentes de ingresos nacionales. No obstante, la ausencia de métodos y herramientas de predicción genera una gran incertidumbre en el sector (Coajera, 2022). Esta situación no solo afecta a las grandes empresas, sino también a las cooperativas y los mineros individuales, cuya estabilidad económica depende de la producción de este mineral (Haldenwang, 2001).

Por otro lado, la serie de tiempo de la producción de estaño es difícil de predecir con modelos tradicionales. En consecuencia, los actores del sector pueden haber realizado gestiones y planificaciones ineficientes al no emplear modelos adecuados y robustos (Arévalo Pineda, 2022). Además, la volatilidad en la producción refuerza la necesidad de utilizar técnicas de pronóstico

avanzadas para facilitar una mejor toma de decisiones (Salguero & Morales, 2021).

Así mismo, la dependencia del mercado internacional es un factor determinante en la fluctuación de los precios del estaño a nivel global. En este contexto, la producción nacional no solo está influenciado por la demanda externa, sino también por factores políticos y sociales, como los conflictos laborales, sociales y económicos, que pueden afectar el desempeño del sector minero (Aguilar Zuñiga & Lopez Arenas, 2021).

En el ámbito de los pronósticos, los modelos SARIMA han demostrado ser herramientas eficaces para las series de tiempo con componentes estacionales y no estacionales. Por ejemplo, en un estudio sobre la previsión de precios de grandes chiles en cinco provincias de la Isla de Java, estos modelos se utilizaron con éxito para la planificación agrícola (Ratna Nur et al., 2023). Del mismo modo, una investigación sobre la demanda de carga eléctrica en Hanoi confirmó que los modelos SARIMA generan pronósticos altamente precisos (Ruales Morales, 2023).

Otra investigación comparó el desempeño de los modelos SARIMA con otros enfoques en la predicción del número de pasajeros de un aeropuerto, en el contexto de la pandemia del COVID-19, y determinó que ese modelo ofrecía el mejor rendimiento en esa situación (Masjkur, 2022). De manera similar, se aplicaron modelos SARIMA para pronosticar el consumo de energía de un grupo de edificios de una unidad académica universitaria de la Ciudad de México, revelando patrones evidentes de estacionalidad en el consumo eléctrico (Báez, 2022).

Además, Rodríguez (2021) aplicó modelos SARIMA para el sector turístico y obtuvo resultados precisos. Estos estudios evidencian la pertinencia de implementar técnicas de pronóstico avanzadas para reducir el riesgo asociado con la estacionalidad. Según Suárez

et al. (2024), los modelos SARIMA son herramientas eficaces para analizar datos con tendencia y estacionalidad, lo que los hace ideales para el pronóstico de la producción minera

La elección de SARIMA como modelo de análisis en esta investigación se fundamenta en su capacidad para capturar tanto tendencias a largo plazo como patrones estacionales. A diferencia de otros métodos, como el modelo ARIMA o el modelo de suavizamiento exponencial, SARIMA permite considerar simultáneamente componentes estacionales y no estacionales, lo que lo convierte en una opción más versátil para estudios complejos.

El respaldo de múltiples investigaciones confirma la utilidad de los modelos SARIMA en estudios comparativos y predictivos de producción. Su implementación en la producción de estaño en Bolivia no solo permitirá generar pronósticos precisos, sino también mejorar la comprensión de los indicadores clave de esta industria. Este enfoque proporcionará información valiosa para que líderes políticos y empresarios del sector tomen decisiones fundamentadas en datos.

El objetivo de esta investigación es proporcionar información pronosticada que contribuya a la toma de decisiones en el mercado del estaño y oriente a los actores involucrados en su producción. Se plantea la hipótesis de que el uso del modelo SARIMA generará pronósticos más precisos que otros métodos, lo que permitirá una mejor respuesta a los cambios del mercado.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

En esta sección, se describe de manera detallada los materiales y métodos que se utilizó para garantizar la veracidad y validez de los resultados.

Los datos se recolectaron de la página oficial del Instituto Nacional de Estadística (INE),

los cuales pertenecen a la producción mensual de estaño en Bolivia entre enero de 2000 hasta agosto de 2024, esta producción se expresa en toneladas métricas. Para esta investigación se utilizó el software estadístico R 4.3.0 y la herramienta de Microsoft Excel y Word.

En la actual investigación se utilizó la metodología de Box-Jenkins, siguiendo los siguientes pasos:

2.1. Recopilación y preparación de datos

Los datos de la producción mensual de estaño se organizaron cronológicamente, sin descartar ningún dato mensual los cuales garantizaron la integridad del análisis.

2.2. Análisis exploratorio de datos (EDA)

Se prepararon gráficos de líneas para entender los patrones como las tendencias, estacionalidades, e irregularidades. Este paso permitió tener una idea inicial de la estructura general de los datos.

2.3. Evaluación de estacionariedad

Se realizaron las siguientes pruebas estadísticas para verificar la estacionariedad de la serie temporal:

Dickey-Fuller Aumentada

Phillips-Perron

KPSS

2.4. Identificación y ajuste del modelo SARIMA

La función `auto.arima` del paquete `forecast` en lenguaje R se utilizó para identificar los parámetros del modelo SARIMA (p,d,q) (P,D,Q)s. Esta función elige de forma automática el mejor modelo en función de los Criterios de Información de Akaike (AIC).

2.5. Evaluación del modelo

Se evaluaron los residuos del modelo ajustado, utilizando gráficos de ACF, PACF, y la gráfica

del círculo unitario, posteriormente se realizó pruebas de normalidad y autocorrelación de los residuos.

2.6. Pronósticos

Finalmente, el modelo SARIMA seleccionado se utilizó para pronosticar la producción mensual de estaño de septiembre del 2024 a agosto del 2025.

3. REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DEL MODELO SARIMA

El modelo en su formato general describe una ecuación general de un modelo *SARIMA* $(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$ que se extiende del modelo *ARIMA* (p,d,q) , pero con la diferencia de que se incorpora componentes estacionales representados a través de los parámetros (P,D,Q) y la periodicidad de la estacionalidad representado por s . La forma general abarca los términos de: autoregresión (*AR*), diferenciación (Δ), y promedio móvil (*MA*) tanto para los componentes no estacionales como para los estacionales. La ecuación es:

$$\Phi(B^s)\phi(B)\Delta^d\Delta_s^D Y_t = c + \Theta(B^s)\theta(B)e_t$$

donde:

para los componentes no estacionales:

$\phi(B)$ es el operador de autoregresión no estacional:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$\theta(B)$ es el operador de promedio móvil no estacional:

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$$

$\Delta^d Y_t$ denota la diferenciación no estacional aplicada d veces.

para los componentes estacionales:

$\Phi(B^s)$ es el operador de autoregresión estacional:

$$\Phi(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_p B^{ps}$$

$\Theta(B^s)$ es el operador de promedio móvil estacional:

$$\Theta(B^s) = 1 + \Theta_1 B^s + \Theta_2 B^{2s} + \dots + \Theta_Q B^{Qs}$$

Δ_s^D es el operador de diferenciación estacional aplicado D veces, con periodicidad s :

$$\Delta_s^D Y_t = (1 - B^s)^D Y_t$$

Errores y otros términos:

B es el operador de retraso, donde $BY_t = Y_{t-1}$.

c es la constante del modelo.

e_t es el error aleatorio o ruido blanco.

Desarrollo explícito de la ecuación:

$$\begin{aligned} \Delta^d \Delta_s^D Y_t = & c + \phi_1 \Delta^d \Delta_s^D Y_{t-1} + \phi_2 \Delta^d \Delta_s^D Y_{t-2} + \dots \\ & + \phi_p \Delta^d \Delta_s^D Y_{t-p} + \Phi_1 \Delta^d \Delta_s^D Y_{t-s} \\ & + \Phi_2 \Delta^d \Delta_s^D Y_{t-2s} + \dots \\ & + \Phi_p \Delta^d \Delta_s^D Y_{t-ps} + e_t + \theta_1 e_{t-1} \\ & + \theta_2 e_{t-2} + \dots + \theta_q e_{t-q} + \Theta_1 e_{t-s} \\ & + \Theta_2 e_{t-2s} + \dots + \Theta_Q e_{t-Qs} \end{aligned}$$

Es evidente que, al combinar los componentes no estacionales y estacionales en un solo modelo, se refleja la dependencia regular y periódica de los datos.

4. RESULTADOS

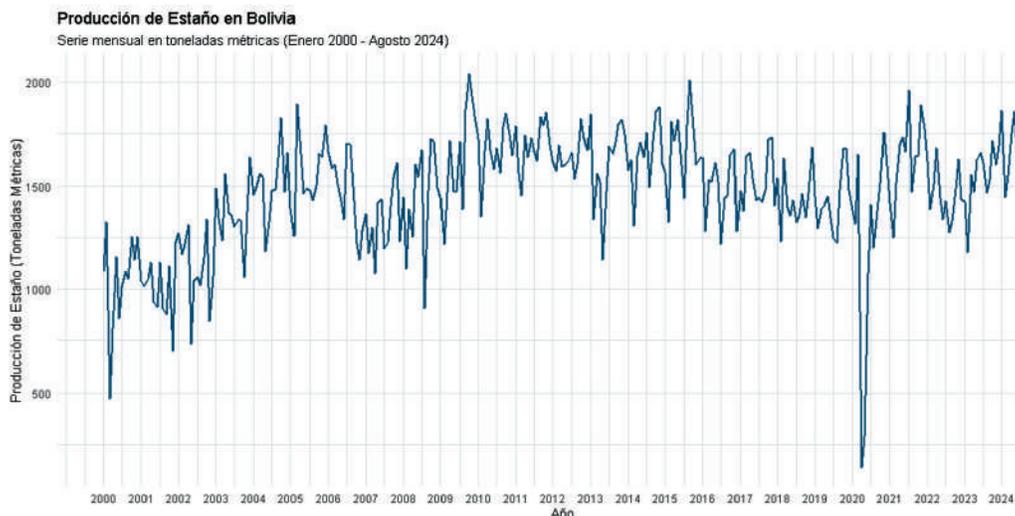
En esta sección se exponen los resultados mediante gráficas y tablas, primero se visualiza la serie temporal de la producción de estaño en Bolivia que se ve en la gráfica 1:

Según la gráfica 1, que muestra la producción de estaño desde enero del 2000 hasta agosto del 2024, se puede evidenciar una clara tendencia creciente desde el año 2000 hasta aproximadamente el 2014. Por ejemplo, en enero del 2000, la producción de estaño en Bolivia fue de 1,083.58 toneladas métricas, mientras que en diciembre del 2014 alcanzó las 1,606.79 toneladas métricas. Estos datos reflejan una tendencia de crecimiento sostenido, es decir, positiva.

Por otro lado, para el 2005 la producción alcanzo aproximadamente las 1893.74

Pronósticos de la producción de estaño en Bolivia basados en modelos SARIMA

Grafica 1
Cantidad de Producción de Estaño en Bolivia



Nota: La gráfica muestra la evolución de la producción de estaño en Bolivia en toneladas métricas la cual se elaboró en R 4.3.0

Fuente: Elaboración propia

toneladas métricas, pero también se puede evidenciar que la producción de estaño tuvo una caída notable en abril del 2020, llegando hasta los 140.13 toneladas métricas, esta caída se puede justificar por la cuarentena ejercida en todo Bolivia a causa del COVID-19. Así mismo para el periodo del 2015 se evidencia un cambio notable en la producción de estaño en Bolivia, puesto que, para septiembre del 2015, la producción llegó a 2001.40 toneladas métricas y para diciembre del mismo periodo bajó a 1631.11 toneladas métricas. Sin embargo, la producción de estaño a lo largo del tiempo muestra diferentes fluctuaciones, es decir diferentes caídas y subidas siendo la más notable la del 2020.

Con el fin de comprender mejor el comportamiento de la serie se procedió a utilizar tres métodos de descomposición, el método aditivo, multiplicativo, y el método de descomposición STL. Para determinar que método se ajusta mejor al conjunto de datos de la serie se procedió a utilizar el promedio de los residuos absolutos, los mismos se pueden visualizar en la Tabla 1:

Tabla 1
Promedio de los Residuos Absolutos

Método	Promedio de Residuos Absolutos
Aditiva	115.1055
Multiplicativa	0.9999
STL	114.9639

Nota: La tabla muestra los promedios de los residuos absolutos

Fuente: Elaboración propia

Como se ve en la Tabla 1, el método de descomposición multiplicativa tiene el menor promedio de los residuos absolutos (0,999924). Por lo tanto, se podría argumentar que este es el modelo que mejor se adapta a los datos analizados. La razón detrás de esta afirmación es que la estructura de la serie temporal en sí es multiplicativa: en este caso, los efectos de la tendencia y la estacionalidad son proporcionales entre sí, en lugar de aditivos. Sin embargo, el otro método, STL, tiene un ajuste poco razonable, ya que el promedio de los residuos es de 114,9639162, pero aún no es tan efectivo como un modelo multiplicativo.

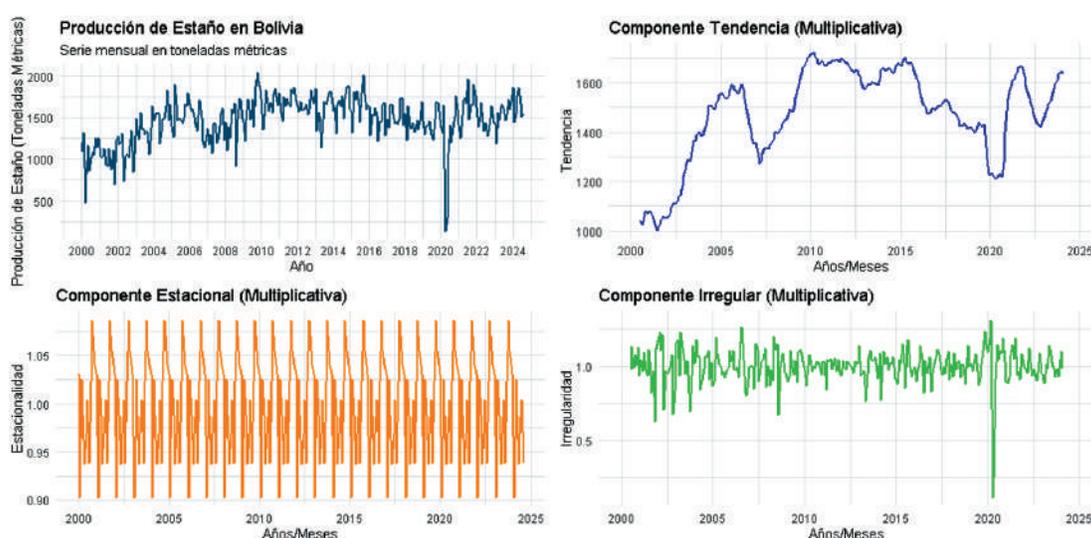
El método aditivo, por otro lado, es el que posee el mayor promedio de errores absolutos: 115,1055314. Por lo tanto, para esta serie temporal en particular, este método es el menos preciso. Por lo tanto, asumir que una combinación aditiva de los componentes no se alinea con la serie de producción de estaño.

Al ajustarse la serie mejor al modelo multiplicativo se asume que los componentes de la serie se multiplican lo que ocasiona

que la serie merece un tratamiento tanto en tendencia como en estacionalidad, por lo que es conveniente utilizar modelos más robustos como los modelos SARIMA, el método de descomposición seleccionado de acuerdo al promedio de residuos absolutos se observa en la gráfica 2.

Según los resultados examinados se puede evidenciar que la tendencia de la serie temporal producción de estaño en toneladas

Grafica 2
Descomposición Multiplicativa



Nota: La gráfica visualiza la serie original y los tres componentes del método de descomposición multiplicativa
Fuente: Elaboración propia

métricas, muestra un aumento constante a lo largo del tiempo con algunas caídas drásticas en aproximadamente los años 2005 y 2020, seguidamente el componente de estacionalidad revela picos aparentemente cada doce meses, específicamente por el mes de noviembre o diciembre, es decir, que la producción de estaño durante esos meses aparentemente tiende a elevarse. Finalmente, al analizar el componente irregular se puede identificar que en algunos meses a lo largo del tiempo el comportamiento de la producción de estaño fue inusual debido a varios factores, un claro ejemplo es el COVID 2019, en cual se paralizaron muchas actividades económicas.

Esto evidencia que es necesario realizar diferentes pruebas estadísticas a la serie, por lo que en principio se optó por aplicar pruebas de estacionariedad que se muestran en la siguiente Tabla 2:

Tabla 2
Pruebas de Estacionariedad de la Serie

Estadístico	Valor	P-value
Dickey-Fuller Aumentada	-3.837684	0.017526
Phillips-Perron	-130.385218	0.01
KPSS	1.341831	0.01

Fuente: Elaboración propia

Según las tres pruebas² de estacionariedad

² Para la selección de rezagos en pruebas de estacionariedad se recomienda utilizar criterios de información (AIC, BIC, HQIC).

Pronósticos de la producción de estaño en Bolivia basados en modelos SARIMA

aplicadas para esta serie de tiempo, se puede evidenciar que en las pruebas de Dickey-Fuller Aumentada y en la Phillips-Perron, los p valores 0.017526 y 0.01 respectivamente son menores que el nivel de significancia (0.05), por lo que la serie según estas pruebas es estacionaria, es decir que la serie producción de estaño no tiene raíz unitaria. Sin embargo, el p valor de la prueba de KPSS es de 0.01, lo que también es menor que 0.05. En este escenario, la hipótesis nula plantea que la serie es estacionaria en tendencia, pero como el p valor de esta prueba es menor que 0.05 se rechaza la hipótesis nula y se determina que la serie es no estacionaria en tendencia con un nivel de confianza del 95%.

Por lo tanto, se sugiere diferenciar³ la serie o eliminar la tendencia para confirmar que sigue las suposiciones de la estacionariedad y facilitar su modelado y evaluación. Por lo que para esta investigación se utiliza la función de `auto.arima` para seleccionar el mejor modelo que se ajuste a la serie temporal, puesto que al utilizar esta función no es necesario realizar diferencias u otro análisis para identificar los parámetros que mejor se ajustan al modelo seleccionado.

La Tabla 3 muestra los diferentes modelos seleccionados automáticamente por la función `auto.arima` en R, incluyendo aquellos que fueron descartados por tener valores de AIC más altos o problemas de ajuste.

La función en R seleccionó que el modelo correspondiente a la producción de estaño en Bolivia es SARIMA (1,1,3)(1,0,0)[12]. Que se trata de un modelo SARIMA, que incluye componentes tanto no estacionales como estacionales: los parámetros indican que el proceso AR⁴ es de órdenes 1, la diferenciación es de orden 1, y el proceso MA es de orden 3.

Tabla 3
Diferentes Modelos y Criterios AIC

Modelo	AIC
ARIMA(1,1,2)(2,0,0)[12]	Inf
ARIMA(1,1,2)(2,0,0)[12] with drift	Inf
ARIMA(1,1,3)	3962.308
ARIMA(1,1,3) con deriva	3963.299
ARIMA(1,1,3)(0,0,1)[12]	3960.317
ARIMA(1,1,3)(0,0,1)[12] with drift	3961.451
ARIMA(1,1,3)(1,0,0)[12]	3959.478
ARIMA(1,1,3)(1,0,0)[12] with drift	Inf
ARIMA(1,1,4)	3962.201
ARIMA(1,1,4) con deriva	3963.349
ARIMA(2,1,0)	4006.471

Nota: La tabla muestra diferentes modelos seleccionados por la función `auto.arima` de R 4.3.0.

Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, los componentes estacionales se representan por un término estacional AR de órdenes 1 y una periodicidad de 12 meses, el modelo fue elegido porque se ajusta mejor al conjunto de datos, según el AIC.

Para comprender mejor porque la función `auto.arima` selecciono el modelo correspondiente se presenta los resultados del modelo ajustado en la Tabla 4.

Tabla 4
Resumen del Modelo Ajustado

Coefficiente	Valor	Error estándar
ar1	-0.9871	0.0149
ma1	0.4938	0.0612
ma2	-0.8028	0.0450
ma3	-0.3456	0.0622
sar1	0.1351	0.0608

Métrica	Valor	Métrica	Valor
sigma ²	38330	ME	10.23338
log likelihood	-1973.59	RMSE	193.7865
AIC	3959.19	MAE	142.368
AICc	3959.48	MPE	-4.230115
BIC	3981.31	MAPE	13.93495
		MASE	0.7110663
		ACF1	-0.02450548

Nota: La tabla muestra diferentes métricas obtenidas con la función `auto.arima` de R 4.3.0

Fuente: Elaboración propia

³ “Para que una serie sea estacionaria, se debe aplicar la diferenciación una o más veces (primera, segunda, etc.) hasta lograr la estacionariedad. Este proceso no considera el número de rezagos, pero sí el número de diferenciaciones necesarias.”

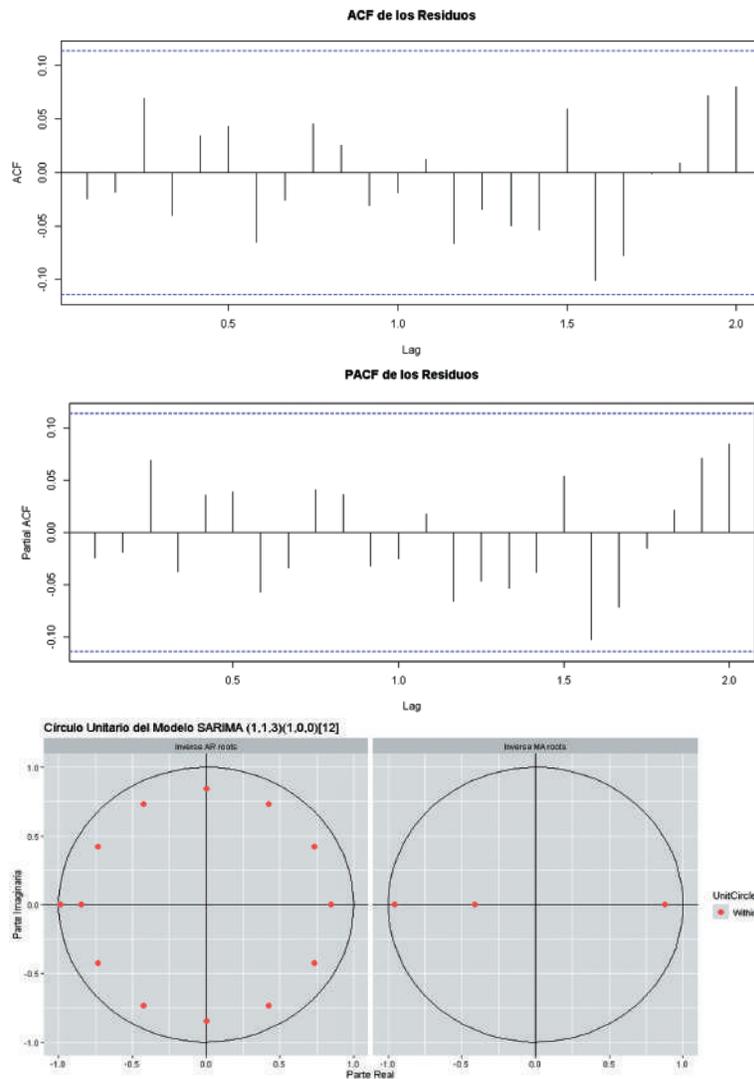
⁴ La PACF (Función de Autocorrelación Parcial) se utiliza para identificar el orden de p y el orden de q se identifica utilizando el ACF (Función de Autocorrelación). Pero para esta investigación se utilizó la función de `auto.arima`.

Según la tabla se pueden ver que ar1 sugiere una fuerte relación negativa entre los valores actuales y los pasados, de la misma manera ma2, sugiere una relación negativo significativo de errores pasados. Por otra parte, sar1, sugieren pautas estacionales leves, pero presente en el modelo.

El estadístico Log Likelihood, muestra un nivel razonable de ajuste del modelo, el AIC es bajo y BIC muestra que es competitivo en términos de balance entre precisión y complejidad. El MAPE confirma una

precisión aceptable del modelo, MAE refuerza la precisión del modelo al tener una desviación manejable y ACF1 sugiere que no hay autocorrelación significativa en los residuos, por lo que se puede indicar que el modelo SARIMA captura de forma eficiente la estructura de la serie. Por lo que es conveniente pasar al siguiente paso de la metodología de Box-Jenkins validación del modelo, primero se aplicaron pruebas visuales a los residuos del modelo los cuales se pueden visualizar en la Gráfica 3.

Grafica 3
Validación Visual de los Residuos



Nota: La gráfica visualiza las pruebas de ACF, PACF y la raíz unitaria

Fuente: Elaboración propia

Pronósticos de la producción de estaño en Bolivia basados en modelos SARIMA

Los resultados obtenidos de la ACF de los residuos en la gráfica 3 indican que todos los valores están dentro de los límites de confianza, lo cual sugiere que los residuos no presentan indicios de autocorrelación.

De igual manera, la PACF de los residuos en la gráfica 3 señala que todos los valores se encuentran dentro de los límites de confianza lo cual confirma que los residuos del modelo no presentan indicios de autocorrelación.

Finalmente, se puede observar que en la gráfica de raíz unitaria ningún punto sale del círculo unitario. Lo que confirma que el modelo es estacionario e invertible. A continuación, en la Tabla 5 se observa si los residuos del modelo siguen una distribución normal.

Tabla 5

Prueba de Normalidad de Jarque-Bera

Estadística	Valor
X-squared	1112.5
Grados de Libertad (df)	2
p-value	< 2.2e-16

Nota: La tabla muestra la prueba de normalidad de los residuos del modelo

Fuente: Elaboración propia

Dado que el p -valor es mucho más pequeño que el nivel de significancia de 0.05, entonces se rechaza de que los residuos del modelo están distribuidos normalmente; es decir, que aparentemente estos residuos no se distribuyen normalmente lo que es un indicio de que podría afectar las predicciones futuras, por lo que al parecer es necesario realizar transformaciones o algunos ajustes específicos al modelo.

A continuación, en la Tabla 6 se presenta la prueba de autocorrelación de los residuos del modelo.

Tabla 6

Prueba de Autocorrelación de Box-Ljung

Estadística	Valor
X-squared	15.655
Grados de Libertad (df)	16
p-value	0.4773

Nota: La tabla muestra la prueba de autocorrelación de los residuos del modelo

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con la prueba de autocorrelación de Box-Ljung, el p valor = 0,4743, lo que significa que no hay suficientes pruebas en contra de la hipótesis nula de que los residuos del modelo sean independientes. Por lo tanto, no hay autocorrelación en los primeros 16 rezagos de los residuos. por lo que los residuos se comportan como ruido blanco. Por consiguiente, en términos de independencia, el modelo SARIMA⁵ obtenida con la función de auto.arima, es adecuado.

Por lo tanto, dado que esta prueba es más relevante que la prueba de normalidad, se procedió a pronosticar la producción de estaño para los próximos 12 meses, dichos pronósticos se pueden visualizar en la Gráfica 4.

Según los resultados la Gráfica 4 y la Tabla 7, se puede evidenciar que para septiembre del 2024 la producción de estaño en Bolivia alcanzo aproximadamente las 1635.148 toneladas métricas, también se puede observar que de acuerdo a los pronósticos efectuados el pico más alto de producción llegaría a ser en enero del 2025, llegando a 1677.005 toneladas métricas,

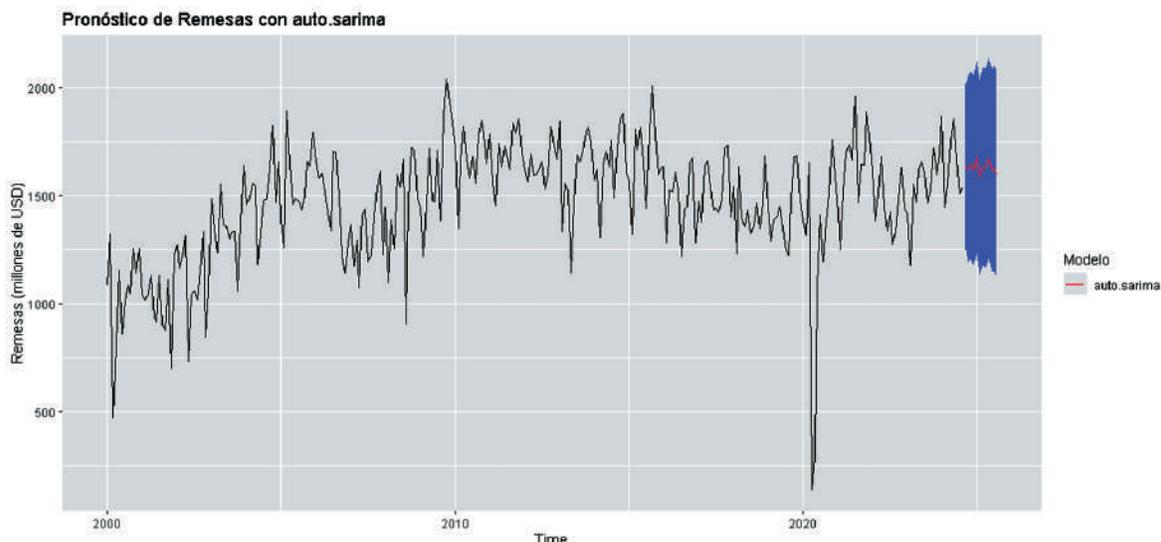
Sin embargo, la producción de estaño no será inferior a 1500 ni superior a 1700 toneladas métricas de acuerdo a los pronósticos calculados, pero se debe tomar muy en cuenta los intervalos de confianza al 95%, los cuales expresan niveles de incertidumbre, debido a que estos intervalos se alejan mucho de los pronósticos calculados.

5. DISCUSIÓN

Los resultados de este estudio dan fe de que los modelos SARIMA son una herramienta eficaz y versátil para los pronósticos de la producción de estaño en Bolivia. Dado que se pudo captar tanto la evolución a largo plazo como los patrones estacionales.

Para este estudio se utilizó datos desde enero

Grafica 4
Descomposición Multiplicativa



Nota: La gráfica visualiza los pronósticos de la producción mensual de estaño en Bolivia con el modelo SARIMA
Fuente: Elaboración propia

Tabla 7
Pronósticos de la Producción de Estaño

Mes/Año	Pronóstico Puntual	Límite Inferior (LI 95%)	Límite Superior (LS 95%)
Sep 2024	1635.148	1251.424	2018.871
Oct 2024	1621.661	1191.500	2051.821
Nov 2024	1641.740	1205.393	2078.087
Dic 2024	1618.427	1177.940	2058.915
Ene 2025	1677.005	1230.502	2123.509
Feb 2025	1585.931	1135.358	2036.503
Mar 2025	1633.896	1177.467	2090.326
Abr 2025	1627.696	1167.264	2088.127
May 2025	1675.023	1208.882	2141.164
Jun 2025	1616.842	1146.762	2086.922
Jul 2025	1627.676	1152.026	2103.326
Ago 2025	1599.617	1120.086	2079.147

Nota: La tabla visualiza la serie original y los tres componentes del método de descomposición multiplicativa
Fuente: Elaboración propia

del 2000 hasta agosto del 2024, durante este periodo se evidencio una caída notable en abril del 2020, llegando hasta los 140.13 toneladas métricas, esta caída se atribuye a la pandemia del COVID-19.

Como se muestra en la Tabla 5, los métodos

de descomposición analizados, es decir, aditivo, multiplicativo y STL, sugieren la estructura multiplicativa como la más adecuada para modelar esta serie. Dicho de otra manera, los efectos de la tendencia y la estacionalidad confirman la efectividad de

⁵ "Los órdenes P,D,Q y la periodicidad en un modelo SARIMA se identifican de la siguiente manera: D, la diferencia estacional, se determina aplicando diferencias a la serie original junto con el número de rezagos necesarios. Luego, a la serie diferenciada, se utiliza la ACF para identificar el orden Q y la PACF para determinar el orden P. La periodicidad s se establece según el intervalo o patrón estacional, como el número de meses en un año (s=12) o trimestres (s=4)."

Pronósticos de la producción de estaño en Bolivia basados en modelos SARIMA

los modelos SARIMA.

En el estudio análisis estadístico y pronóstico de series temporales de la situación energética de un grupo de edificios en una unidad académica universitaria de la Ciudad de México, se seleccionó dos modelos que mejor se ajustaron a la serie temporal de consumo de energía de 55 meses estos modelos fueron SARIMA (3,1,1)(1,0,0)[12] y SARIMA (2,1,2)(1,0,0)[12], posteriormente la serie se particiono en 48 y 43 meses para aplicar cada modelo, luego se procedió a pronosticar los restantes 7 y 12 meses de los 55, llegando a la conclusión que el mejor modelo que se ajusta a la serie temporal es SARIMA (2,1,2)(1,0,0) [12], comparando este resultado se puede observar que para la presente investigación la función auto.arima seleccionó el mejor modelo SARIMA en base al menor criterio AIC el cual fue SARIMA (1,1,3)(1,0,0)[12], por lo que se puede observar que los modelos SARIMA seleccionados son diferentes (Báez, 2022).

En otra investigación se pronosticó el número de pasajeros del Aeropuerto Internacional de Soekarno-Hatta (Soetta), con el fin de determinar la cobertura adecuada y preparar las instalaciones para un posible auge de pasajeros, para tal caso se utilizó el modelo SARIMA(0,1,0)(1,0,0)[12] con MAPE y RMSE de 55,18% y 588887,4, respectivamente. Con ese modelo se pronosticó que para enero del 2021 el número de pasajeros llegaría a 495,702. Al comparar este resultado en el caso de esta investigación se trabajó con un modelo SARIMA (1,1,3) (1,0,0)[12] con parámetros AIC, BIC, RMSE y MAPE de 3959.19, 3981.31, 193.7865 y 13.93495% respectivamente y se obtuvo un pronóstico para el mes de septiembre del 2024 de 1635.148 toneladas métricas. Es evidente que los resultados son diferentes debido a que los contextos de investigación también son diferentes, pero se debe rescatar

que los modelos SARIMA son ampliamente utilizados en diferentes estudios.

Por todo lo explicado, se ase conocer que no se encontró estudios específicos que pronosticaran la producción del estaño con modelos SARIMA, pero se evidencio que este tipo de modelos son ampliamente utilizados en diferentes contextos, no solo se confirmó su aplicabilidad, sino que también la adaptación de sus características estacionales y no estacionales a diferentes contextos. Por lo que dicho modelo fue apto para pronosticar la producción de estaño de Bolivia.

En cuanto a las limitaciones, una de las limitaciones fue que los residuos del modelo seleccionado no se distribuyen normalmente según la prueba de Jarque-Bera, lo cual puede ser desafiante para la robustez del modelo, lo que se traduce en la necesidad de realizar más ajustes o una transformación de los datos, pero al realizar la prueba de autocorrelación de Box-Ljung, el p valor = 0,4743 lo que significa que no existe autocorrelación en los primeros 16 rezagos de los residuos. por lo que los residuos se comportan como ruido blanco, siendo esta la prueba más importante se determinó que el modelo SARIMA obtenida con la función de auto.arima, es adecuado para aplicar a la serie producción de estaño de Bolivia.

En general, las implicaciones prácticas de este estudio son significativas para informar la formulación de políticas y estrategias en el sector minero. Los pronósticos generados pueden aplicarse a la toma de decisiones, a cargo de actores clave, como políticos y empresarios, puesto que en caso de la baja producción del estaño puede afectar la estabilidad económica del país. Por otra parte, el análisis proporciona una sólida base de inicio para investigar y desarrollar políticas más eficaces que tengan en cuenta las características estacionales y no estacionales

de la producción de estaño.

Las limitaciones sugieren que sería beneficioso agregar al modelo factores exógenos, como precios internacionales, conflictos laborales y políticas gubernamentales, con el fin de aumentar la precisión y relevancia de los resultados. Por otro lado, también se recomienda integrar análisis metodológicos en paralelo, como las redes neuronales que podrían compensar las limitaciones detectadas en este estudio.

6. CONCLUSIONES

El modelo SARIMA (1,1,3)(1,0,0)[12] fue probado y mostró su eficiencia para los pronósticos de la producción de estaño en Bolivia, capturando características estacionales y no estacionales, es decir que este modelo fue más confiable que los modelos tradicionales.

Los pronósticos para septiembre del 2024 y agosto 2025, mostraron que la producción mensual de estaño será aproximadamente de 1635.148 a 1599.617 toneladas métricas. No obstante, los intervalos de confianzas de estos pronósticos se alejan considerablemente por lo que se puede comprender como un error relevante.

La prueba de normalidad reveló que los residuos no están distribuidos normalmente, lo que puede impactar en falsas predicciones

futuras. Así mismo, la dependencia únicamente de los datos del INE puede descartar la generalización de los resultados.

En base a los resultados pronosticados los diferentes actores pueden tomar decisiones más informadas, optimizar la producción, y mitigar riesgos asociados con fluctuaciones estacionales, para así formular estrategias y políticas mineras públicas.

Para futuras investigaciones se recomienda excluir del análisis los últimos 5 meses de los datos para poder comparar los datos pronosticados con los últimos 5 datos observados y evaluar las diferencias entre esos datos.

En lo futuro se sugiere investigar factores externos, como los precios internacionales, y los conflictos sociopolíticos, para mejorar la precisión de los pronósticos. Además, se recomienda probar modelos alternativos como redes neuronales y modelos ARCH/GARCH, ya que pueden capturar estructuras no lineales y volatilidad en los datos de producción de estaño.

Conflicto de intereses

El autor declara que no hay conflicto de intereses con respecto a la publicación de este documento.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

- Aguilar, K. Y. y López, C. R. (2021). El impacto de los precios internacionales de Commodities en el conflicto minero del sur del Perú, período 2007-2014.
- Arévalo M. W. (2022). Diseño de investigación para la aplicación de un modelo estadístico de pronósticos utilizando el método Winter para la logística inversa del vidrio post consumo de una empresa que fabrica envases, en la ciudad de Guatemala [PhD Thesis]. Universidad de San Carlos de Guatemala.
- Báez J.L. (2022). Análisis estadístico y modelo de pronóstico SARIMA aplicado al consumo de energía eléctrica en instalaciones universitarias. Científica. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:267240765>
- Banco Mundial. (2022). Impacto económico de las medidas de mitigación de las NDC de Bolivia. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:250368222>
- Coajera, G. (2022). Las Condiciones Laborales de Trabajo y de Vida de los Mineros en Bolivia: El Caso de la Cooperativa Siglo XX del Norte de Potosí.
- Haldenwang, C. (2001). La política territorial de desarrollo productivo en Chile: Nuevas instituciones regionales y locales.
- Hernández, J. L. (2023). La Revolución de 1952: Su lugar en la historia de Bolivia. *Prólogos*, 15, 19-49.
- Masjkur, A. I. y Y. A. y M. (2022). Comparación del modelo SARIMA e intervención en la previsión del número de pasajeros nacionales en el Aeropuerto Internacional Soekarno-Hatta. *Revista indonesia de estadística y sus aplicaciones*. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:250565532>
- Ratna, M. S., Budi, S., & U., S. (2023). Simulación del modelo SARIMA con ANOVA de tres vías y su aplicación en la pronóstica de grandes precios de chiles en cinco provincias de la Isla de Java. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:258296281>
- Rodríguez, I. J. C. (2021). Ajuste de modelos SARI-MA para el turismo en carreteras concesionadas en México. *El Periplo Sustentable: revista de turismo, desarrollo y competitividad*, 41, 431-446.
- Rodríguez, F., Guzmán, G., Marchi, B., y Escalante, D. (2020). Efectos de la minería en el desarrollo económico, social y ambiental del Estado Plurinacional de Bolivia.
- Ruales, J. P. (2023). Planificación de la expansión de la red eléctrica a mediano plazo mediante análisis de consumo eléctrico en los sectores residencial, industrial y comercial, usando series temporales SARIMA: Caso de estudio Empresa Eléctrica Riobamba SA (EERSA)-Ecuador [B.S. thesis].
- Salguero, R. F., y Morales, F. J. A. (2021). Series Temporales Avanzadas: Aplicación de Redes Neuronales para el Pronóstico de Series de Tiempo. Universidad de Granada, 64.
- Suárez, I., Trespalcios, A., y Gamero. (2024). Desarrollo de un sistema de pronóstico para la planificación de la demanda en herramientas eléctricas y equipos de construcción.

INSTRUCCIONES PARA AUTORES

REVISTA VARIANZA

Revista Científica del Instituto de Estadística Teórica y Aplicada (IETA),
Carrera de Estadística, Facultad de Ciencias Puras y Naturales
Universidad Mayor de San Andrés
La Paz, Bolivia

ISSN 2789-3510, versión impresa

ISSN 2789-3529, versión en línea

<https://ojs.umsa.bo/ojs/index.php/revistavarianza/>

<https://ieta.umsa.bo/>

MISIÓN

Difundir principalmente artículos originales de investigación científica en diferentes ámbitos de la vida, basados en el uso de métodos y técnicas estadísticas. También difundir artículos de naturaleza teórica en el campo de la Estadística. Todo ello con el propósito de contribuir al desarrollo de nuestra sociedad.

VISIÓN

Llegar a ser la revista científica nacional de mayor calidad e impacto en el campo de la estadística aplicada y teórica, así como ser el principal referente para el contexto internacional.

TIPOS DE MANUSCRITOS

En la Revista Varianza se publican principalmente **artículos originales**, aquéllos que resultan de una investigación científica y que contribuyen, en alguna medida, al conocimiento científico y/o solución de alguna problemática. Los artículos originales pueden ser de naturaleza teórica o práctica. Los de naturaleza práctica se enfocan en dar respuesta, con base en el uso de métodos y/o técnicas estadísticas apropiadas, a problemas o preguntas de investigación en distintos campos de la vida; mientras los de naturaleza teórica presentan un nuevo método o técnica estadística, o pueden ofrecer una versión mejorada de uno existente.

Además, si bien no son artículos originales de investigación, en la Revista Varianza también se publican otro tipo de manuscritos, como ser:

De revisión, que constituyen básicamente informes sobre avances o estado del arte de un tema particular, con base en la recopilación y selección de artículos científicos originales,

Comunicaciones breves, manuscritos que comunican de manera breve algunos datos de una investigación original que el editor cree que serán interesantes para muchos investigadores y que probablemente estimularán más la investigación en esa área,

Estudios de caso, informan los resultados sobre casos específicos de fenómenos interesantes. Su propósito es hacer que otros investigadores conozcan la posibilidad de que un fenómeno específico pueda ocurrir,

Reseñas, consisten en resúmenes concisos generalmente sobre libros recientemente publicados en el campo de la Estadística,

Notas científicas, presentan observaciones y descripciones científicas breves de métodos o resultados, comunican resultados de estudios pequeños, avances de trabajos de investigación o noticias de interés científico,

De enseñanza, son manuscritos sobre temas relacionados a la enseñanza de la Estadística, por ejemplo la comprensión de un teorema o un método de estimación. Tiene el propósito de clarificar y complementar los conocimientos estadísticos de los estudiantes y los docentes.

PROCESO DE REVISIÓN DE MANUSCRITOS

Luego de haber recibido el manuscrito, se inicia el proceso de su revisión, el cual tiene tres etapas:

Primera etapa: Revisión por el editor

En esta etapa, el editor revisa si el tema del manuscrito es apropiado para la Revista y si cumple con las instrucciones para los autores. Se revisa la pertinencia del manuscrito para la Revista, los aspectos de forma del manuscrito y el cumplimiento de requisitos básicos exigidos en las normas de la Revista Varianza. El autor será contactado para informarle si su manuscrito es apto para pasar a la revisión por pares a doble ciego o si requiere mejorar algunos detalles del manuscrito sugeridos por el editor o si es rechazado (por no presentarse en el formato exigido en las normas, por tener errores metodológicos importantes, porque el manuscrito ha sido publicado previamente o porque el aporte no es nuevo, entre otros). En caso de no existir faltas o errores, el manuscrito pasa a la segunda etapa.

Segunda etapa: Revisión por evaluadores externos

Cada manuscrito que llega a esta etapa es sometido al proceso de revisión por pares a “doble ciego”. Esta modalidad significa que cada manuscrito es revisado por dos evaluadores externos a nuestra institución, ambos miembros del comité científico, con la restricción de que ni el evaluador sabe el nombre del autor del manuscrito y ni el autor sabe quiénes son sus evaluadores. Para la asignación del manuscrito a los dos evaluadores se toma en cuenta el vínculo entre el tema del manuscrito y la especialidad o experiencia de los evaluadores.

En esta etapa se evalúa rigurosamente el contenido del manuscrito, poniendo énfasis en los aspectos metodológicos. A través de una ficha de evaluación, el dictamen de la revisión es una de las siguientes cuatro alternativas: (i) aceptado sin modificaciones, (ii) aceptado con observaciones leves, (iii) aceptado con observaciones profundas o (iv) rechazado. Se comunica al evaluador tanto el dictamen como las observaciones, en caso de existir. Una vez que el autor subsana las observaciones, nuevamente el manuscrito corregido es derivado

al revisor para su evaluación, y así sucesivamente hasta que el manuscrito es aceptado o rechazado. En caso de no corregirse las observaciones, el manuscrito es rechazado.

Algunos aspectos que se toman en cuenta en la evaluación, son:

- a) Claridad en el planteamiento del objetivo principal y/o la hipótesis a probar.
- b) Pertinencia del método estadístico para el cumplimiento del objetivo y/o prueba de hipótesis.
- c) Datos apropiados para el cumplimiento del objetivo y/o prueba de hipótesis.
- d) Grado de profundidad de la investigación.
- e) Coherencia en el análisis cuantitativo, incluido la correcta interpretación de los resultados.
- f) Generación de nuevo conocimiento científico y aporte para la formulación de políticas, programas y proyectos.
- g) Pertinencia de la referencia bibliográfica usada.
- h) Calidad de la redacción, incluido el resumen (síntesis del manuscrito en forma clara y adecuada).
- i) Ajuste del formato a las normas APA.

Tercera etapa: Diagramación

Los manuscritos aprobados por el comité científico pasan a diagramación, a una última revisión de redacción y a maquetación. Esta tarea es realizada por un profesional en diagramación y el editor, en coordinación con el autor. Se trata de una última revisión del manuscrito, sólo de forma. No se acepta ninguna modificación con relación al contenido del manuscrito ya aceptado, sea de texto, tabla o gráfico, como tampoco se acepta la inclusión de un texto adicional, una tabla o un gráfico.

FORMATO PARA ARTÍCULOS ORIGINALES DE INVESTIGACIÓN

Título

El título debe estar en español y en inglés, ambos en mayúscula, en no más de 15 palabras cada uno, por lo que debe ser lo más corto posible y debe reflejar plenamente el contenido del manuscrito.

Autor(es)

Debajo del título deben colocarse el nombre completo del autor, su afiliación institucional durante la realización del manuscrito y su correo electrónico. Si son dos o más autores, colocar el nombre completo, la afiliación institucional y el correo electrónico de cada uno. Para el caso de dos o más autores, el principal autor es el que más ha contribuido a la investigación, y deberá encabezar la lista. En pie de página, y con la numeración correspondiente para cada autor, se debe informar la profesión, un breve curriculum vitae si se desea, y el número ORCID.

Resumen

El resumen debe estar en español y en inglés, con títulos en mayúscula (RESUMEN y ABSTRACT, respectivamente), y muy bien redactado en no más de 250 palabras. Debe incluir con absoluta claridad y precisión el objetivo, la metodología, los datos usados, el principal resultado, alguna idea de discusión y la principal conclusión.

Palabras claves

Debajo del resumen en español deben incluirse las palabras clave (Palabras clave), las cuales sirven para identificar el artículo por parte de usuarios nacionales e internacionales. Incluir de cuatro a siete palabras clave que no formen parte del título del artículo, ordenadas alfabéticamente y separadas por comas. Igualmente, debajo del resumen en inglés incluir las mismas palabras clave, pero en inglés (Key words).

Introducción

Debe presentar el problema dentro de un marco teórico y/o revisión bibliográfica que acompañe a la hipótesis y/o objetivo principal del trabajo. El problema debe describir claramente lo que se resolverá con la investigación; la revisión bibliográfica expone el marco de referencia que da sustento al trabajo de investigación, resalta, a través de citas, estudios previos que se relacionan específicamente con la investigación; el objetivo principal debe indicar claramente, en forma precisa y sin ambigüedad, la finalidad de la investigación; mientras la hipótesis debe plantear lo que trata de probar la investigación. El objetivo y la hipótesis deben estar al final de esta sección.

Materiales y métodos

En esta sección se describe minuciosamente la forma en que se realizó la investigación, de modo que un lector que acceda al artículo pueda comprenderlo plenamente y reproducirlo a fin de determinar la confiabilidad y la validez de los resultados. Esta sección debe describir claramente los aspectos principales respecto de los datos, los instrumentos, y los métodos y técnicas estadísticas usados en la investigación.

Resultados

En esta sección se expone el principal o los principales hallazgos obtenidos con la investigación, todos ellos en estricta consonancia con el objetivo principal y/o con la hipótesis de la investigación. La correcta interpretación de los resultados es de suma importancia en esta sección. Para transmitir los principales hallazgos pueden incluirse, si es necesario, cuadros, gráficos y diagramas, evitando la redundancia, evitando un número excesivo de datos y manteniendo la objetividad (imparcialidad y honestidad). Todos los cuadros, gráficos y diagramas deben enumerarse en el orden que aparecen en el texto.

Discusión

Esta sección está orientada a interpretar los resultados de la investigación en relación con el

objetivo principal, la hipótesis y el estado de conocimiento actual del tema de la investigación, esto es, se debe indicar qué significan los hallazgos encontrados y cómo estos se relacionan con el conocimiento actual sobre el tema.

Además de compararlos y contrastarlos con los resultados de otros estudios relevantes, resaltando sus limitaciones y ventajas tanto conceptuales como metodológicas, argumentar las implicaciones de los resultados para la formulación de políticas, programas y/o proyectos, y argumentar las implicaciones para futuras investigaciones.

Conclusiones

Las conclusiones son derivadas de los resultados y de la discusión, y responden al objetivo y/o la hipótesis de la investigación. Constituyen los aportes y las innovaciones de la investigación

Agradecimiento

En esta sección no se incluye ningún elemento científico, sólo se trata de ser cortés con quienes colaboraron en la investigación. Se puede reconocer la contribución de personas o instituciones que ayudaron realmente en la investigación, pero no se las puede considerar como coautores.

Conflicto de intereses

Acá, el autor o autores deben declarar no tener ningún conflicto de intereses con su artículo científico.

Referencias bibliográficas

Esta sección contiene la referencia de libros y artículos citados en las diferentes secciones del manuscrito, en formato APA. Debe existir siempre una correspondencia entre las citas que se hace en el trabajo y las que se lista en las referencias bibliográficas, ya que normalmente los lectores estarán interesados en verificar los datos que efectivamente se utilizaron para la investigación.

Ejemplos de cómo enunciar las referencias bibliográficas en formato APA se pueden encontrar en la siguiente dirección (URL): <https://normas-apa.org/referencias/>

ESPECIFICACIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE MANUSCRITOS

Los manuscritos que se presentan deben estar escritos en Word, hoja tamaño carta, doble columna, letra times new román de tamaño 11, espacio simple, margen izquierdo de 2.5 cm. y los demás márgenes de 2.0 cm. Todo el manuscrito, incluido texto, gráficos, cuadros, diagramas y otros, debe contener entre 10 y 20 páginas, con títulos y subtítulos enumerados. Los gráficos, cuadros y diagramas no deben exceder el 30 por ciento del manuscrito. Adicionalmente, todas las notas y referencias deben ir acorde al formato APA.

Para la presentación del manuscrito debe acompañarse una carta en la que se indique el tipo

de manuscrito que se está enviando (artículo original, revisión, estudio de caso, reseña, nota científica o manuscrito de enseñanza) a la siguiente dirección: ieta@umsa.bo. Los autores pueden enviar sus manuscritos en cualquier momento del año.

PERIODICIDAD DE LA PUBLICACIÓN

La versión impresa de la Revista Varianza se publicó por primera vez el año 2001, desde ese año hasta el 2020 se publicó anualmente, si bien no se pudo editar en algunos años. Sin embargo, a partir del segundo semestre de 2021 la publicación es semestral, en los meses de abril y octubre.

En cambio, la versión digital (on line) de la Revista se publica desde el segundo semestre del año 2021, también en los meses de abril y octubre.

Con el propósito de incrementar la visibilidad de la Revista Varianza y facilitar la búsqueda de artículos por parte de los lectores, desde el año 2023 la Revista Varianza también se publica junto a las revistas científicas de otras unidades de la Universidad Mayor de San Andrés. Se puede acceder a la página a través de la dirección <https://ojs.umsa.bo/ojs/>.

CONFLICTO DE INTERESES

La Revista Varianza tiene la política de evitar cualquier conflicto de interés de los autores, del comité editorial y del propio editor responsable. Se recomienda a cada autor evitar cualquier conflicto de interés relacionado con su artículo, debiendo comunicar oportunamente al editor responsable, como también se pide al comité editorial impedir cualquier conflicto de interés en el proceso editorial.

ÉTICA DE PUBLICACIÓN

La revista Varianza tiene compromiso con la ética de la investigación, por ello, promueve los siguientes aspectos:

- a) Evitar conflictos de intereses
- b) Evaluar objetivamente los manuscritos
- c) Respetar los criterios de evaluación de los evaluadores
- d) Conservar la confidencialidad de los autores y evaluadores, durante todo el proceso de revisión.

FINANCIAMIENTO DE LA REVISTA

La Universidad Mayor de San Andrés (UMSA) asigna anualmente recursos financieros al Instituto de Estadística Teórica y Aplicada (IETA) para impresión y difusión de la Revista Varianza. La publicación en la revista es gratuita bajo la modalidad Open Access.

PROPIEDAD INTELECTUAL

Para los manuscritos aceptados para su publicación, el o los autores deben autorizar formalmente al editor, a través de un documento firmado, su publicación en la Revista Varianza. En el documento firmado, el lector también afirma ser legítimo propietario del manuscrito a publicar y que no existe problemas de derechos de autor con terceros y/u otros conflictos de naturaleza ética. Todo el contenido de la Revista, excepto aquéllo que expresamente sea identificado, está bajo la licencia Creative Commons.

LICENCIAMIENTO

La Revista Varianza se encuentra bajo licenciamiento Creative Commons atribución CC BY <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>. La licencia permite que otros distribuyan, mezclen, adapten y construyan sobre su trabajo, incluso comercialmente, siempre que reconozcan la creación original. Esta es la licencia más complaciente que se ofrece. Recomendado para la máxima difusión y uso de materiales con licencia.

*Dirección: Calle 27 de Cota Cota
Bloque F.C.P.N. - Primer Piso
Email: ieta@umsa.bo
Página web: <https://ojs.umsa.bo/ojs/index.php/revistavarianza>*



La Paz - Bolivia