

## ESTUDIO DE LA COINTEGRACIÓN A TRAVÉS DE MODELOS VAR

M.Sc. Flores López, Juan Carlos

✉ caarloslopez@gmail.com

### RESUMEN

La presente investigación tiene como componente principal el desarrollo de la aplicación de los modelos VAR y la cointegración, basado en la teoría de estas metodologías.

La cointegración basado en modelos VAR en este estudio se aplica a las series de exportación de estaño y plomo mensualmente de los años 1990.01 a 2018.07 de Bolivia.

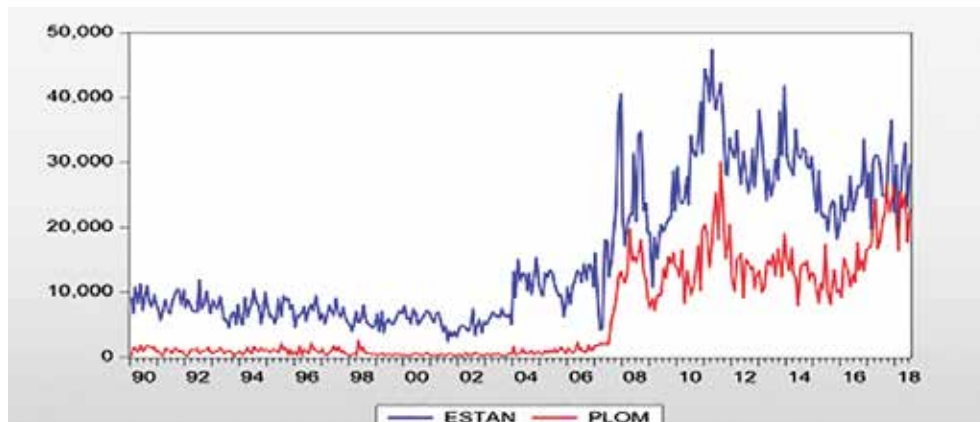
Los resultados la cointegración basados en modelos VAR, brindan un buen ajuste a la series de exportación de estaño y plomo de nuestro país, porque cumplieron con todos las condiciones teóricos que se requieren en este tipo de estudios

### APLICACIÓN DE LOS MODELOS VAR Y ANÁLISIS DE INTEGRACIÓN

La exportación de minerales en miles de dólares del estaño y plomo desde 1990.01 a 2018.07 de nuestro país, es considerada en la investigación presente. La serie de datos estudiada se presentan en la Figura N° 1

Figura N° 1

Series de exportación en miles de dólares de Estaño y Plomo desde 1990.01 a 2018 .07



Fuente INE - Elaboración propia

El comportamiento que presentan las series en estudio, desde 1990 al año 2006 no es de mucha fluctuación, pero a partir del año 2007 las exportaciones que tienen el estaño y el plomo es de mucha fluctuación o alta volatilidad, es así que la exportación más alta se da en el año 2011 que posteriormente se observa una baja considerable al año 2012 posteriormente se observa una subida en el año 2013 que no es el más alto y una baja notable se da en el año 2015 y desde el año 2016 al año 2018 existe una relativa estabilización pero en todos estos periodos con volatilidad.

El objetivo de esta investigación es la aplicación de los modelos VAR basados en la cointegración. Con este propósito se realiza el siguiente análisis.

# Estudio de la cointegración a través de modelos VAR

En una primer instancia realizamos el test de raíz de unitaria de las series exportacion de estaño y plomo del país, cuyos resultados son los siguientes:

Tabla N° 1  
Test de raíz unitaria de la serie exportación de Estaño

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on ESTAN				
Null Hypothesis: ESTAN has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 2 (Automatic - based on SIC, maxlag=16)				
			<b>t-Statistic</b>	<b>Prob.*</b>
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>			-0.650417	0.4350
Test critical values:				
1% level			-2.571701	
5% level			-1.941750	
10% level			-1.616075	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(ESTAN)				
Method: Least Squares				
Date: 1990M4 2018M7				
Sample (adjusted): 1990M04 2018M07				
Included observations: 340 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
ESTAN(-1)	-0.006904	0.010615	-0.650417	0.5159
D(ESTAN(-1))	-0.435871	0.054113	-0.054892	0.0000
D(ESTAN(-2))	-0.175676	0.054268	-3.237165	0.0013
R-squared	0.168295	Mean dependent var		55.41300
Adjusted R-squared	0.163360	S.D. dependent var		3999.120
S.E. of regression	3657.017	Akaike info criterion		19.25596
Sum squared resid	4.51E+09	Schwarz criterion		19.28974
Log likelihood	-3270.513	Hannan-Quinn criter.		19.26942
Durbin-Watson stat	2.031174			

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a la Tabla N° 1 se puede observar que la serie exportacion tiene raíz unitaria, lo que significa que es una caminata aleatoria y que no se puede tratar para analisis, por lo tanto se realiza una diferenciación a la serie cuyo resultado se lo muestra en la Tabla N° 2

Tabla N° 2  
Test de raíz unitaria de la serie exponencial de Estaño (diferenciado)

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on PLOM				
Null Hypothesis: PLOM has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=16)				
			<b>t-Statistic</b>	<b>Prob.*</b>
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>			0.449383	0.8108
Test critical values:				
1% level			-2.571701	
5% level			-1.941751	
10% level			-1.616073	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(PLOM)				
Method: Least Squares				
Date: 1990M5 2018M7				
Sample (adjusted): 1990M05 2018M07				
Included observations: 339 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PLOM(-1)	0.005519	0.012289	0.449383	0.6534
D(PLOM(-1))	-0.572288	0.054909	-10.42426	0.0000
D(PLOM(-2))	-0.370309	0.060081	-6.164525	0.0000
D(PLOM(-3))	-0.203095	0.054853	-3.702535	0.0002
R-squared	0.253966	Mean dependent var		65.28481
Adjusted R-squared	0.247305	S.D. dependent var		2431.571
S.E. of regression	2109.581	Akaike info criterion		18.15810
Sum squared resid	1.49E+09	Schwarz criterion		18.20324
Log likelihood	-3073.797	Hannan-Quinn criter.		18.17609
Durbin-Watson stat	1.982621			

Fuente: Elaboración propia

Observando al Tabla N° 2 con un diferenciación se convierte en una serie estacionaria cuyo valor p-value es cero.

Tabla N° 3

Test de raíz unitaria de la serie exportación de Plomo

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PLOM(-1)	0.005519	0.012280	-0.449383	0.6534
D(PLOM(-1))	-0.572288	0.054909	-10.42429	0.0000
D(PLOM(-2))	-0.370369	0.060081	-6.164525	0.0000
D(PLOM(-3))	-0.203095	0.054853	-3.702535	0.0002

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a la Tabla N° 3 se puede observar que la serie exportacion de plomo, tiene raiz unitaria, lo que significa que es una caminata aleatoria y que no se puede tratar para analisis, por lo tanto se realiza una diferenciacion a la serie cuyo resultado se lo muestra en la Tabla N° 4. se puede ver que con una diferenciacion se convierte en una serie estacionaria.

Tabla N° 4

Test de raíz unitaria de la serie exportación de Estaño (diferenciado)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(PLOM(-1))	-2.132316	0.129137	-16.51208	0.0000
D(PLOM(-1,2))	0.565332	0.098840	5.837770	0.0000
D(PLOM(-2),2)	0.199831	0.054305	3.679765	0.0003

Fuente: Elaboración propia

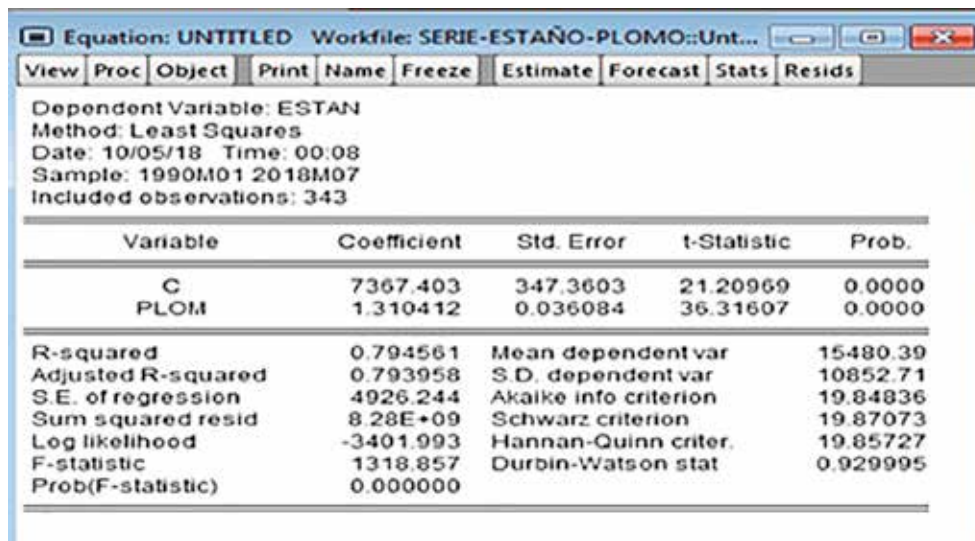
Observando al Tabla N° 4 con un diferenciacion se convierte en una serie estacionaria.

Las series de exportacion de estaño y plomo se vuelven estacionarios a una diferenciacion. Lo que continua es determinar la regresion de la series exportacion de estaño y plomo, cuyo

# Estudio de la cointegración a través de modelos VAR

resultado se muestra en la Tabla N° 5.

Tabla N° 5



Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	7367.403	347.3603	21.20969	0.0000
PLOM	1.310412	0.036084	36.31607	0.0000

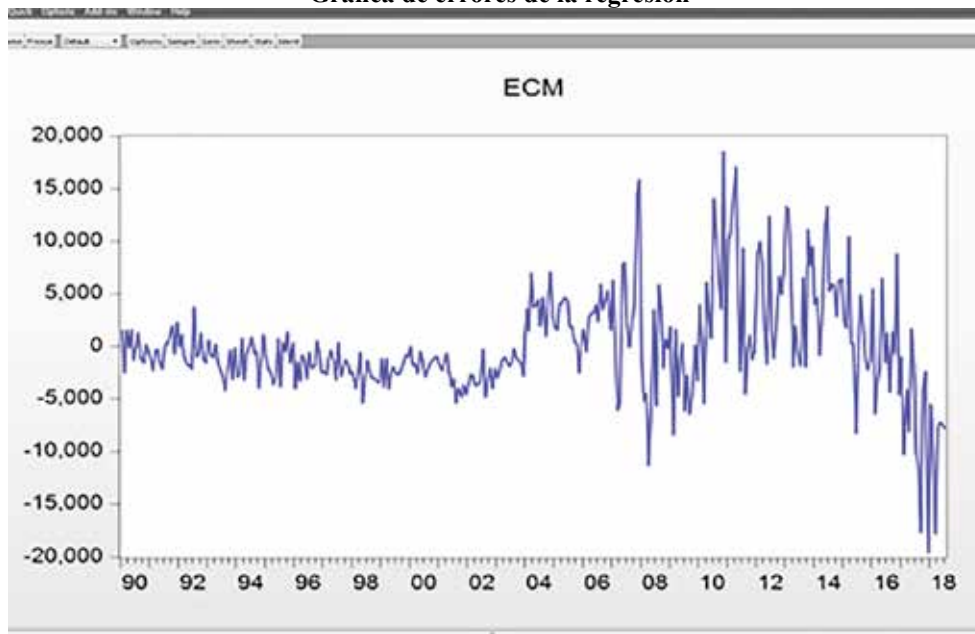
R-squared	0.794561	Mean dependent var	15480.39
Adjusted R-squared	0.793958	S.D. dependent var	10852.71
S.E. of regression	4926.244	Akaike info criterion	19.84836
Sum squared resid	8.28E+09	Schwarz criterion	19.87073
Log likelihood	-3401.993	Hannan-Quinn criter.	19.85727
F-statistic	1318.857	Durbin-Watson stat	0.929995
Prob(F-statistic)	0.000000		

Fuente: Elaboración propia

Una vez que se realiza la regresión inmediatamente se realiza el test de raíz unitaria en los errores de la regresión. Cuya gráfica es la siguiente

Figura N° 2

Gráfica de errores de la regresión



Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a la Figura N° 2 de errores de la regresión, aparentemente es estacionario, para verificar si e estacionario, lo que se hace es realizar la prueba de raíz unitaria de los errores cuyo resultado se presenta en la Tabla N° 6.

Tabla N° 6

Prueba de la raíz unitaria de los errores de la regresión

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
ECM(-1)	-0.282936	0.053886	-5.250602	0.0000
D(ECM(-1))	-0.360367	0.061671	-5.843410	0.0000
D(ECM(-2))	-0.163320	0.053940	-3.027822	0.0027

Fuente: Elaboración propia

Al contrastar cointegración, estamos tratando de detectar la posible existencia de relaciones de largo plazo entre las variables del modelo

Efectuar un análisis de cointegración significa relacionar los niveles de variables como exportación de estaño y exportación de plomo. Es decir variables no estacionarias.

El concepto de cointegración generaliza el concepto de correlación en la dirección adecuada. La existencia de una tendencia estocástica común generaría una relación sostenible a largo plazo entre ambas variables, lo que haría que sus diferenciales reviertan a través del tiempo, es decir que sean mean-reverting. No tiene sentido analizar relaciones entre los niveles de variables I(1) si no están cointegradas.

Observando la Tabla N° 6, se puede decir con certeza que los errores no tienen raíz unitaria por lo tanto cointegran los que significa series de exportación de estaño y plomo tienen una relación sostenible de largo plazo lo que implica que se pueden realizar predicciones y análisis de función impulso respuesta, etc.

**AJUSTE DE UN MODELO VAR**

Para explicar cómo se estima un VAR, asumimos que cada ecuación contiene k valores de retardo de M (medido por las exportaciones de ESTAÑO (ESTAN)) y PLOMO (PLOM). En este caso, uno puede estimar cada una de las siguientes ecuaciones mediante OLS

$$ESTAN_t = \alpha + \sum_{j=1}^k \beta_j ESTAN_{t-j} + \sum_{j=1}^k \gamma_j PLOM_{t-j} + \mu_{1t}$$

$$PLOM_t = \alpha' + \sum_{j=1}^k \theta_j ESTAN_{t-j} + \sum_{j=1}^k \gamma_j' PLOM_{t-j} + \mu_{2t}$$

## *Estudio de la cointegración a través de modelos VAR*

Son dos variables endógenas que están en función de ellas mismas de sus rezagos. En este sentido están en función de sus rezagos y de los rezagos de la exportación de ESTAN Y PLOM. La variable PLOM es también una variable endógena que está en función de ESTAN Y PLOM rezagados.

Lo que se presenta a continuación es la estimación del modelo VAR y los rezagos pertinentes del caso. En este caso utilizamos los informes de Akaike y Schwarz para ver el tipo de rezago que debe tener o plantearse, es decir un rezago, dos rezagos, etc. En la medida que estos son más menores son más robustos, por lo tanto se escoge aquel que tenga valor mínimo, con esto se logra encontrar el modelo óptimo.

**Tabla N° 7**  
**Estimación de los parámetros del modelo VAR**

Vector Autoregression Estimates		
Date: 10/05/18 Time: 10:29		
Sample (adjusted): 1990M04 2018M07		
Included observations: 340 after adjustments		
Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]		
	ESTAN	PLOM
ESTAN(-1)	0.479916 (0.05589) [ 8.58617]	0.060213 (0.03311) [ 1.81837]
ESTAN(-2)	0.209714 (0.06132) [ 3.41997]	2.27E-05 (0.03633) [ 0.00063]
ESTAN(-3)	0.127804 (0.05650) [ 2.26193]	0.020210 (0.03347) [ 0.60376]
PLOM(-1)	0.224218 (0.09285) [ 2.41478]	0.430714 (0.05501) [ 7.82988]
PLOM(-2)	0.060294 (0.09993) [ 0.60335]	0.216225 (0.05920) [ 3.65221]
PLOM(-3)	-0.049329 (0.09436) [-0.52276]	0.229716 (0.05590) [ 4.10917]
C	1452.399 (429.233) [ 3.38371]	-380.1718 (254.293) [-1.49501]
R-squared	0.893208	0.918919
Adj. R-squared	0.891284	0.917458
Sum sq. resids	4.29E+09	1.50E+09
S.E. equation	3587.983	2125.650
F-statistic	464.2032	628.9984
Log likelihood	-3261.920	-3083.926
Akaike AIC	19.22894	18.18192
Schwarz SC	19.30777	18.26075
Mean dependent	15538.24	6236.736
S.D. dependent	10881.88	7398.672
Determinant resid covariance (dof adj.)		5.48E+13
Determinant resid covariance		5.26E+13
Log likelihood		-6335.822
Akaike information criterion		37.35189
Schwarz criterion		37.50956
Number of coefficients		14

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla N° 7 se muestran los estimadores del modelo VAR y de acuerdo a la información obtenida a el modelo óptimo que nos proporciona el Software. Con un Akaike de 19.22 que resultó ser el más bajo. Se puede ver también que la variable estaño y plomo explican 89.32% y 91.89%

Por lo tanto el modelo estimado para el modelo VAR estaría dado por:

$$ESTAN_t = 1452,399 + 0,479916 ESTAN_{t-j} + 0,209714ESTAN_{t-j} + 0,127804ESTAN_{t-j} + 0,224218PLOM_{t-j} + 0,020694PLOM_{t-j} - 0,049329PLOM_{t-j} + \mu_t$$

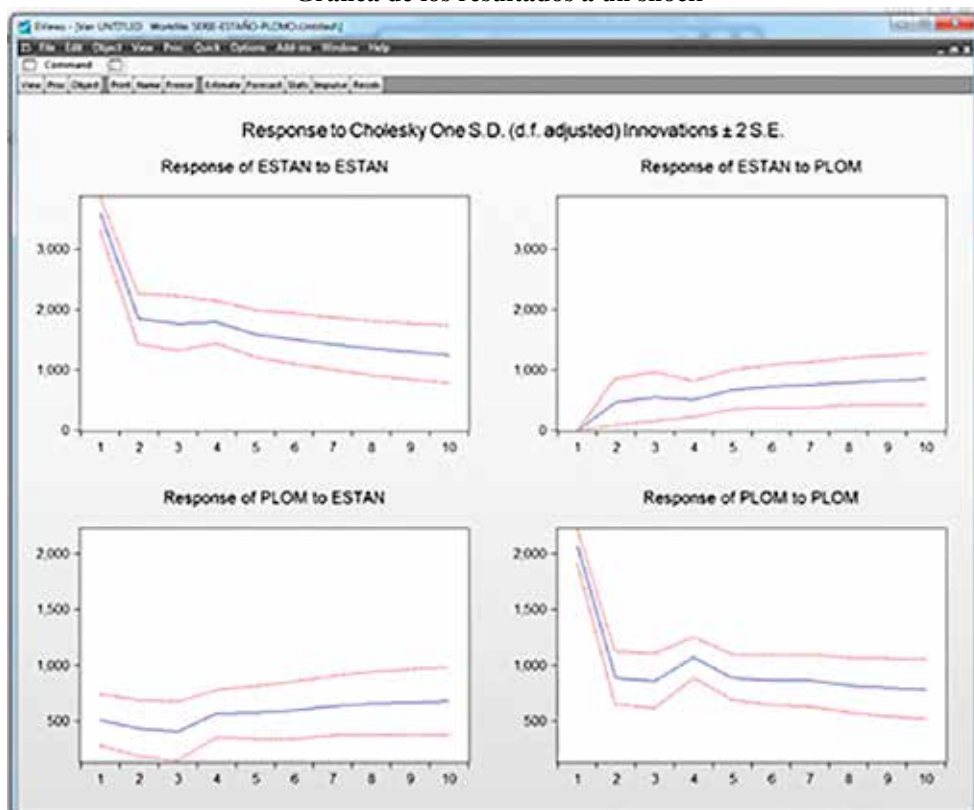
$$PLOM_t = -380,1718 + 0,020613ESTAN_{t-j} + 2,27E - 05ESTAN_{t-j} + 0,020210ESTAN_{t-j} + 0,430714PLOM_{t-j} + 0,216225PLOM_{t-j} + 0,229716 + \mu_t$$

## FUNCIÓN IMPULSO RESPUESTA

Se hará ahora un análisis de la función impulso respuesta para los datos asociados exportación de estaño, la exportación de plomo. Los resultados se muestran en el Figura N° 3.

**Figura N° 9**

**Gráfica de los resultados a un shock**



Fuente: Elaboración propia

## EFFECTOS DE UN SHOCK DE UNA DESVIACIÓN ESTÁNDAR SOBRE LA EXPORTACIÓN DE ESTAÑO

En el Figura N° 3 se observa que un shock de una desviación estándar sobre la perturbación asociada a la exportación de estaño produce una baja en los primero periodos para luego tratar de estabilizarse. El efecto a una desviación estándar para el plomo provoca un leve descenso para la exportación de plomo que lo mismo ocurre para el estaño

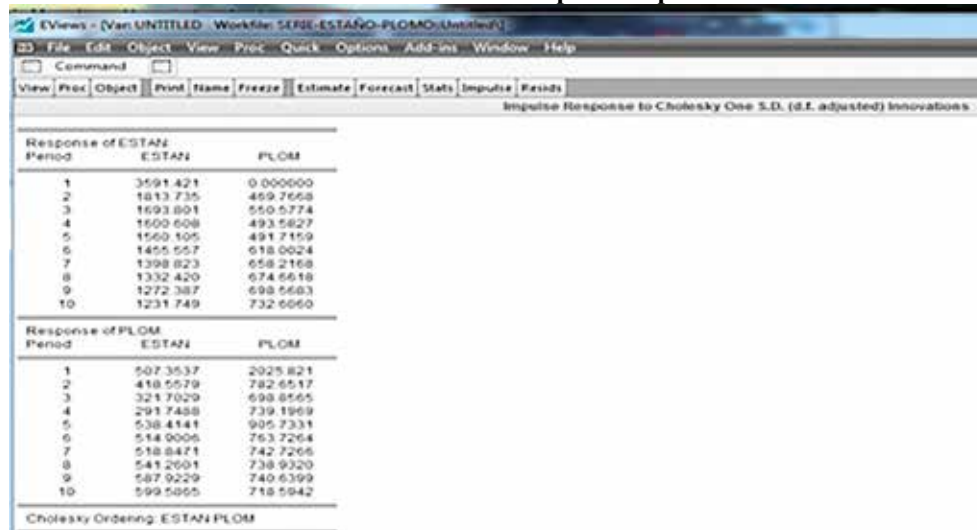
Una funcion respuesta a un impulso muestra el efecto de un cambio en los errores (innovacion)

# Estudio de la cointegración a través de modelos VAR

sobre las variables endógenas del sistema. Un cambio en  $e_1$  modificará automáticamente el valor de la variable exportación de estaño, pero no solo se alterará el valor de esta variable sino también en el valor de la variable exportación de plomo, debido a la estructura dinámica del sistema.

La ordenación en este caso es la exportación de estaño, exportación de plomo, puesto como sabemos la ordenación no es nuestra. Una respuesta a un impulso separa los determinantes de las variables endógenas en cambios o innovaciones identificadas con variables específicas.

Tabla N° 8  
Resultados de función impulso respuesta



Response of ESTAN		
Period	ESTAN	PLOM
1	3591.421	0.000000
2	1813.735	459.2558
3	1693.801	550.5774
4	1600.608	493.5827
5	1560.105	491.7159
6	1455.557	618.0024
7	1398.823	658.2168
8	1332.420	674.6618
9	1272.387	698.5663
10	1231.749	732.6660

Response of PLOM		
Period	ESTAN	PLOM
1	507.3537	2025.821
2	418.5579	782.6517
3	321.7029	698.8565
4	291.7488	739.1969
5	538.4141	905.7331
6	514.0006	793.2264
7	518.8471	742.2266
8	541.2601	738.9320
9	587.9229	740.6399
10	599.5055	718.5942

Cholesky Ordering: ESTAN PLOM

Fuente: Elaboración propia

Las figuras adjuntas se presenta el resultado de un impulso de una vez que el error estándar de la ecuación estimada. Vemos que en la variable exportación de estaño, tras el impacto inicial vemos una disminución en los primeros dos periodos en forma brusca y luego en forma más leve.

El efecto sobre la exportación de plomo muestra un leve descenso para luego estabilizarse. Un impulso sobre exportación plomo tiene un efecto positivo en los dos periodos y una leve estabilización lo que sigue

La respuesta exportación plomo sobre exportación plomo se muestra una baja en los dos primeros periodos para luego tratar de estabilizarse.

## CONCLUSIONES

En el presente estudio de la cointegración a través de los modelos VAR podemos concluir de la siguiente manera:

Para estudiar varias series, es necesario tomar en cuenta la interdependencia entre ellas. Una forma de hacerlo es estimar un modelo de ecuaciones simultáneas, pero con rezagos en todas las variables.



Los Vectores Autorregresivos proporcionan una muy buena técnica para hacer pronósticos en sistemas de variables de series de tiempo interrelacionadas, donde cada variable ayuda a pronosticar a las demás variables.

Un modelo VAR es un sistema de variables que hace de cada variable endógena una función de su propio pasado y del pasado de otras variables endógenas del sistema. El estudio de las interacciones dinámicas estimadas es una de las motivaciones fundamentales de los usuarios de los modelos VAR, y, de hecho, los usos típicos de estos modelos reflejan esta motivación,

tales usos son el procesamiento de datos de las funciones impulso-respuesta y de la descomposición de la varianza del error de predicción. Las implicaciones dinámicas del modelo estimado dependerán evidentemente de la estructura de correlaciones contemporáneas reflejada en la matriz de perturbaciones.

Explicar cómo realizar esta incorporación, el cómputo de las estimaciones del VAR, de la función impulso-respuesta y de la descomposición de la varianza del error de predicción, es una parte del estudio presente.

La estimación del modelo VAR es más sencillo, ya que es posible utilizar el método de los Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO).

Por la experimentación que se realizó, en el presente estudio podemos decir que el modelo VAR es muy útil cuando existe evidencia de simultaneidad entre un grupo de variables, es decir series de tiempo y que sus relaciones se transmiten a lo largo de un determinado número de períodos.

Se pudo evidenciar que no todas las series cointegran, la experiencia adquirida en este estudio nos indica que se deben realizar las pruebas de raíz unitaria y la prueba de estacionariedad de la regresión de los errores y que estas deberían ser estacionarias y que caso contrario no serviría para el análisis posterior de este tipo de estudios

Los objetivos de la investigación fueron cumplidos dado que el objetivo principal de la presente investigación es desarrollar la parte teórica y la aplicación de la integración para los modelos los modelos VAR, considerando las series exportación de estaño y plomo de nuestro país.

La hipótesis de estudio planteada en la investigación se cumplió dado que la metodología de la cointegración aporta al desarrollo de los modelos vectores autoregresivos considerando las series de exportación de estaño y plomo desde 1990.01 a 2018.07.

## BIBLIOGRAFÍA

- Greene, W.H, “*Análisis Económico*”. Tercera Edición. Editorial Prentice Hall. 1999.
- Johnston, J y Dinardo, J , “*Econometric Methods*”. Cuarta Edición. Mc Graw Hill, 1997.
- Gujarati, D, “*Econometría*”. McGraw Hill. Bogotá 1999.
- Enders, Walter, “*Applied Econometric Time Series*”. Primera Edición. Ed. John Wiley & Sons. Inc. 1995
- Madala, G.S, “*Introducción a la Econometría*”. Tercera Edición. Editorial Prentice Hall. México.
- Box, G and G, Jenkins, “*Time Series Analysis*”. Forecasting and control. Segunda edición. San Francisco. Holden Day. 1984.