

## TABLA DE VIDA DE COHORTE. INFERENCIA ESTADÍSTICA

Dr. (c) Coa, Ramiro

✉ [clementecoa@gmail.com](mailto:clementecoa@gmail.com)

### RESUMEN

Tablas de vida para cohortes de personas son raramente elaboradas en el país debido principalmente a limitaciones de la información. Las encuestas de demografía y salud, sin embargo, son probablemente la única fuente valiosa de información en nuestro medio para este propósito. El presente trabajo tiene como propósito construir tablas de vida de cohorte para los primeros doce años de vida, incorporando elementos de inferencia estadística. Para el tramo de edad de 0 a 12 años, los niños bolivianos viven en promedio 10.6 años de vida. En áreas urbanas este promedio alcanza a 11.0 años mientras en áreas rurales se reduce a 10.1 años. Estadísticamente, las diferencias de mortalidad entre las cohortes de niños urbanos y rurales están en el primer año de vida. No se registran diferencias estadísticamente significativas en el intervalo de edad de 1 a 12 años. En consecuencia, se recomienda que las políticas de salud, nutricionales y otras, orientadas a reducir la mortalidad en los primeros años de vida estén focalizadas principalmente en áreas rurales del país y en el tramo de edad de 0 a 1 año.

### PALABRAS CLAVE

*Tabla de vida de cohorte, Tasa de mortalidad infantil, Esperanza de vida.*

## 1. INTRODUCCIÓN

La tabla de vida proporciona varios indicadores importantes del estado de salud de la población, como las probabilidades de muerte y las esperanzas de vida a distintas edades. Su utilidad, sin embargo, no solo se limita al campo de la salud, también tiene importantes aplicaciones en áreas de la educación, empleo y migración, entre otros temas.

Cuando la información con la que se construyen las tablas de vida proviene de encuestas por muestreo, estos indicadores normalmente son construidos sin hacer referencia a su precisión. Actualmente, sin embargo, se han desarrollado metodologías bastante robustas para hacer inferencia estadística sobre las funciones de una tabla de vida. El propósito de este trabajo está relacionado con este aspecto.

## 2. OBJETIVO

Construir una tabla de vida de cohorte para el país y las áreas de residencia urbana y rural, para los primeros doce años de vida, incorporando elementos de inferencia estadística.

La fuente de información adecuada en el país para elaborar una tabla de vida de cohorte para los primeros 12 años de vida es la Encuesta Nacional de Demografía y Salud. Para el presente caso se usa la del año 2008 (ENDSA 2008). La citada encuesta incluye un módulo relacionado con la historia de nacimientos. Es esta historia que permite construir la tabla para los primeros doce años de vida.

Para la construcción de la tabla de vida de cohorte se consideró los nacimientos ocurridos en el año 1996, grupo que en el año 2008 tendría alrededor de los 12 años.

### 3. METODOLOGÍA

Una tabla de vida de cohorte describe la experiencia de mortalidad de un grupo de personas desde el nacimiento de la primera persona hasta la muerte del último miembro del grupo.

En lo que sigue, la edad  $x$  se trata como una variable continua. La tasa de mortalidad instantánea, también conocida como la tasa de riesgo o fuerza de mortalidad a la edad  $x$ , es denotada por  $h(x)$  y es definida como

$$h(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{l(x) - l(x + \Delta x)}{l(x)\Delta x}$$

o equivalentemente

$$h(x) = -\frac{l'(x)}{l(x)} \quad (1)$$

donde  $l(x)$  es la función de sobrevivencia a la edad exacta  $x$ . Tratando la relación (1) como una ecuación diferencial se obtiene

$$l(x) = l(0)e^{-\int_0^x h(x)dx},$$

donde  $l(0)$  es la raíz de una tabla de vida.

Si  $l(0)=1$ , la función densidad de probabilidad de morir a la edad exacta  $x$  está dada por:

$$f(x) = h(x)l(x)$$

A partir de esta función de densidad se puede obtener una serie de funciones importantes. Por ejemplo, la probabilidad condicional de que una persona de la cohorte muera en el intervalo de edad  $[x, x+n)$  dado que llegó con vida hasta la edad  $x$ , representada por  ${}_nq_x$ , queda expresada como

$${}_nq_x = \frac{\int_x^{x+n} f(x)dx}{\int_x^{\infty} f(x)dx} = \frac{l(x) - l(x+n)}{l(x)}.$$

De manera complementaria, la probabilidad condicional de que la persona de la cohorte

viva hasta la edad  $x+n$  dado que llegó con vida hasta la edad  $x$  se la obtiene como

$$\begin{aligned} {}_np_x &= 1 - {}_nq_x = \frac{l(x+n)}{l(x)} \\ &= \frac{e^{-\int_0^{x+n} h(x)dx}}{e^{-\int_0^x h(x)dx}} \end{aligned}$$

Ahora, si la variable aleatoria  $X$  representa la edad a la que va a morir una persona de la cohorte, su valor esperado condicional, condicionado a que la persona va a morir después de alcanzar la edad  $x$ , es dado por

$$\begin{aligned} E(X/X \geq x) &= \frac{\int_x^{\infty} xf(x)dx}{\int_x^{\infty} f(x)dx} \\ &= \frac{\int_x^{\infty} x[-l'(x)]dx}{\int_x^{\infty} [-l'(x)]dx} \\ &= x + \frac{T(x)}{l(x)}, \quad (2) \end{aligned}$$

donde  $T(x)$  representa el tiempo de vida que queda a partir de la edad  $x$  y se la expresa como

$$T(x) = \int_x^{\infty} l(x)dx.$$

De la relación (2) se tiene que la esperanza de vida a la edad  $x$ ,  $e_x$ , queda definida como

$$e_x = \frac{T(x)}{l(x)}.$$

Ahora, si la edad discretizada toma los valores  $i=0, 1, \dots, w$ , siendo  $w$  la edad máxima, la probabilidad de sobrevivencia se la puede estimar como

$$\hat{p}_i = \frac{l_{i+1}}{l_i}, \quad (3)$$

cuya varianza está dada por

$$S_{\hat{p}_i}^2 = S_{\hat{q}_i}^2 = \frac{1}{l_i} \hat{p}_i \hat{q}_i \quad (4)$$

donde  $\hat{q}_i = 1 - \hat{p}_i$

## Tabla de vida de cohorte. Inferencia Estadística

La probabilidad de que una persona de edad  $i$  llegue con vida a la edad  $j$  es un indicador importante tanto en demografía como en el área de la salud. El estimador de la probabilidad de estar vivo en el intervalo de edad  $(i, j)$  se lo puede expresar como

$$\hat{p}_{ij} = \hat{p}_i \hat{p}_{i+1} \dots \hat{p}_{j-1}$$

$$\hat{p}_{ij} = (1 - \hat{q}_i)(1 - \hat{q}_{i+1}) \dots (1 - \hat{q}_{j-1}) \quad (5)$$

puesto que para que una persona de la cohorte sobreviva al intervalo  $(i, j)$  también debe sobrevivir cada intervalo intermedio.

Remplazando (3) en (5) se tiene

$$\begin{aligned} \hat{p}_{ij} &= \frac{l_{i+1}}{l_i} * \frac{l_{i+2}}{l_{i+1}} * \dots * \frac{l_j}{l_{j-1}} \\ &= \frac{l_j}{l_i}, \quad i < j; \quad i, j = 0, 1, \dots, w. \end{aligned}$$

Esta relación permite derivar la varianza muestral de  $\hat{p}_{ij}$  como

$$S_{\hat{p}_{ij}}^2 = \frac{1}{l_i} \hat{p}_{ij} (1 - \hat{p}_{ij})$$

Por otra parte, la varianza muestral de la esperanza de vida estimada a la edad  $\alpha$ ,  $\hat{e}_\alpha$ , se la puede obtener a partir del hecho de que la

$\hat{e}_\alpha$  es la media muestral de futuros tiempos de vida  $l_\alpha$ . Esto es,

$$\hat{e}_\alpha = \bar{Y}_\alpha.$$

Usando este hecho se tiene que la varianza muestral de la esperanza de vida está dada por:

$$S_{\hat{e}_\alpha}^2 = \frac{1}{l_\alpha^2} \sum_{i=\alpha}^w [(i - \alpha + in_i) - \hat{e}_\alpha]^2 d_i$$

donde  $d_i$  representa el número de muertes a la edad  $i$ .

### 4. RESULTADOS

Para la construcción de las tablas de vida de cohorte se usó la información de la ENDSA 2008. La cohorte estudiada comprende los nacimientos ocurridos en el año 1996, grupo que en el año 2008 tiene alrededor de los 12 años.

En el Cuadro 1 se exhiben tanto las probabilidades de muerte como las esperanzas de vida a determinadas edades de los niños. Estos mismos resultados son expuestos en los Gráficos 1.1 y 1.2.

**Cuadro 1**

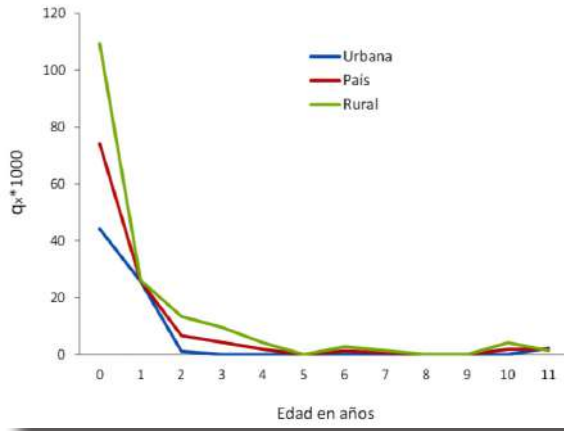
**Bolivia: Probabilidades de morir y esperanzas de vida a determinadas edades para la cohorte de nacimientos de 1996, por área de residencia, a partir de la ENDSA de 2008**

Edad (años)	Probabilidades de morir (Q <sub>x</sub> )			Esperanzas de vida (e <sub>x</sub> )		
	Urbana	Rural	País	Urbana	Rural	País
0	0.044	0.109	0.074	11.0	10.1	10.6
1	0.026	0.026	0.026	10.5	10.3	10.4
2	0.001	0.013	0.007	9.7	9.6	9.7
3	0.000	0.009	0.004	8.8	8.7	8.7
4	0.000	0.004	0.002	7.8	7.8	7.8
5	0.000	0.000	0.000	6.8	6.8	6.8
6	0.000	0.003	0.001	5.8	5.8	5.8
7	0.000	0.001	0.001	4.8	4.8	4.8
8	0.000	0.000	0.000	3.7	3.8	3.8
9	0.000	0.000	0.000	2.7	2.8	2.8
10	0.000	0.004	0.002	1.8	1.8	1.8
11	0.002	0.001	0.002	0.8	0.8	0.8

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 1.1

Bolivia: Probabilidades de morir (por mil) a determinadas edades para la cohorte de nacimientos de 1996, por área de residencia, a partir de la ENDSA de 2008



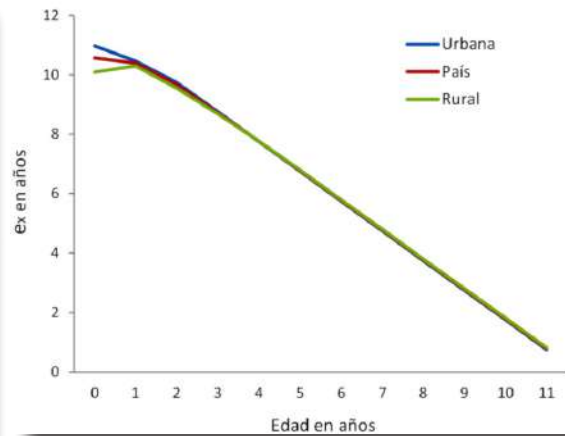
Fuente: Elaboración propia

Una tabla de vida de cohorte permite estudiar la experiencia de mortalidad, en el tiempo, de una determinada generación de personas. De los resultados expuestos en el Cuadro 1, la probabilidad de morir en el primer año de vida para los nacidos en 1996 es 74 por cada mil nacidos vivos. Este valor es coherente con la estimación de la tasa de mortalidad infantil para el periodo 1993-1998, obtenida con otro método y publicada oficialmente por el Ministerio de Salud y el INE (76 por mil nacidos vivos). A partir del segundo año de vida la probabilidad de morir de la cohorte desciende fuertemente y de manera sistemática. También puede observarse que las principales diferencias en los niveles de mortalidad entre áreas urbanas y rurales se reflejan principalmente en el primer año de vida. En efecto, la probabilidad de morir en el primer año de vida para los nacidos en 1996 en el área rural es más del doble que en el área urbana, 109 y 44 por mil, respectivamente.

En materia de salud, la esperanza de vida es uno de los indicadores más importantes. Tomando en cuenta que el análisis abarca solo los primeros 12 años de vida, la cohorte de nacimientos en 1996 tiene una esperanza de

Gráfico 1.2

Bolivia: Esperanzas de vida a determinadas edades para la cohorte de nacimientos de 1996, por área de residencia, a partir de la ENDSA de 2008



Fuente: Elaboración propia

vida de 10.6 años. A medida que transcurre el tiempo, la esperanza de vida de la cohorte se reduce gradualmente. Cabe notar, sin embargo, que la reducción más importante en la esperanza de vida de la cohorte se registra en el primer año de vida, esto como resultado de la más alta probabilidad de muerte en este tramo de edad. Por otra parte, la principal diferencia entre las esperanzas de vida de la cohorte urbana y la cohorte rural se marca en el primer año de vida. Una esperanza de vida de 11 años para la cohorte urbana frente a 10.1 años para la cohorte rural. A partir del segundo año de vida las esperanzas de vida de ambas cohortes son similares, lo que confirma que las diferencias de mortalidad entre ambas áreas residen básicamente en el primer año de vida.

El Cuadro 2 exhibe los límites de confianza para las esperanzas de vida de ambas cohortes, urbana y rural, considerando un nivel de confianza de 95%; mientras el Gráfico 2 muestra estos mismos límites, donde las líneas de color rojo representan los límites inferior y superior para las esperanzas de la cohorte urbana y las de color verde para la cohorte rural.

**Cuadro 2**  
**Bolivia: Límites de confianza para las esperanzas de vida de las cohortes urbana y rural, a partir de la ENDSA 2008**

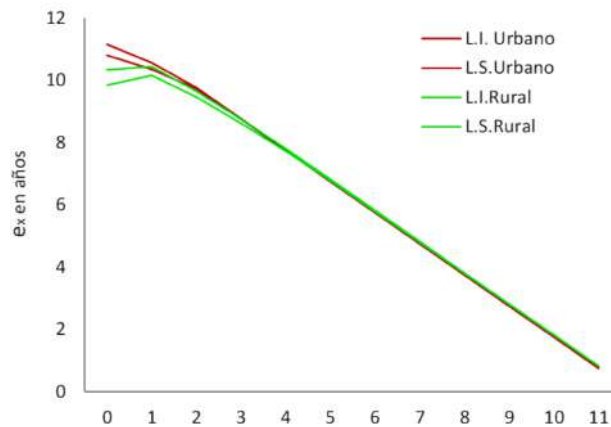
Edad (años)	Cohorte Urbana		Cohorte Rural	
	L.I. Urbano	L.S.Urbano	L.I.Rural	L.S.Rural
0	10.8	11.2	9.8	10.3
1	10.4	10.6	10.2	10.4
2	9.7	9.8	9.5	9.6
3	8.7	8.8	8.6	8.7
4	7.7	7.8	7.7	7.8
5	6.7	6.8	6.8	6.8
6	5.7	5.8	5.8	5.8
7	4.7	4.8	4.8	4.8
8	3.7	3.8	3.8	3.8
9	2.7	2.8	2.8	2.8
10	1.7	1.8	1.8	1.8
11	0.7	0.8	0.8	0.8

Fuente: Elaboración propia

A partir de este análisis inferencial se constata que las diferencias de mortalidad entre ambas cohortes, urbana y rural, residen básicamente en el primer año de vida. En efecto, la esperanza de vida al nacer para la cohorte urbana es significativamente superior a la de la cohorte rural; en cambio, no hay evidencia estadística de que las esperanzas de vida de ambas cohortes, después del primer año de vida, sean distintas. Por ejemplo, se puede afirmar con 95% de seguridad que la esperanza

de vida al nacer para la cohorte urbana está entre 10.8 y 11.2 años, intervalo de confianza superior al de la corte rural, el cual fluctúa entre 9.8 y 10.3 años. En consecuencia, se recomienda que las políticas de salud y otras políticas relacionadas con la salud, como son la nutrición y las condiciones sanitarias, tiene que estar orientadas fundamentalmente a mejorar las condiciones de salud en el primer año de vida y focalizadas principalmente en áreas rurales del país.

**Gráfico 2**  
**Bolivia: Límites de confianza para las esperanzas de vida de las cohortes urbana y rural, a partir de la ENDSA de 2008**



Fuente: Elaboración propia

**BIBLIOGRAFÍA**

Brass William (1964), *“Uses of Census and Surveys data for the Estimation of vital Rates”*

Preston Samuel (1993), *“Demographic Change in the United States, 1970-2025”*

Keyfitz Nathan (1979), *“Introducción a las Matemáticas de Población”*

United Nations (1982), *“Model Life Tables for Developing Countries”*

