



REDES NEURONALES DE BASE RADIAL

Nicolás Chávez Quisbert

1. REDES NEURONALES RADIALES ARTIFICIALES

Dado un conjunto de N puntos $\{x_i \in R^p \mid i=1, KN\}$ y un conjunto de N números reales $\{y_i \in R \mid i=1, KN\}$ encontrar una función $f: R^p \rightarrow R$ que cumpla las condiciones de interpolación.

$$f(x_i) = y_i, \quad i = 1, KN \quad (1)$$

La red de funciones de base radial (RBF) se puede reformular como una red de una única capa oculta con funciones de activaciones radiales.

La neurona i -ésima de la red se activa si el patrón de entrada esta próximo al centroide x_i . [MORATO 2005].

La combinación lineal de funciones núcleo (kermels) para interpolar mediante RBFs consiste en tomar:

$$f(x) = \sum_{i=1}^N w_i \varphi(\|x - x_i\|) \quad (2)$$

$$\varphi(r) = \exp\left[-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right] \quad (3)$$

Los pesos de la primera capa son los centriolos x_i , pero no se efectúa una multiplicación, sino que se calcula una distancia $\|x - x_i\|$ [MORATO 2005].

Hasta hace poco tiempo el tipo de red neuronal más empleada para este cometido era la red realimentada (Fed. –forward) entrenada con el algoritmo de retro-propagación. Este tipo de red presenta dos inconvenientes: no está asegurada la convergencia de la solución (la red puede quedar atascada en un mínimo local durante su entrenamiento) y es difícil encontrar una arquitectura de la red que se ajuste al sistema con el que se está tratando. Estos problemas pueden ser superados empleando una red del tipo regresión generalizada (GRNN).

Las redes de regresión generalizada son un subconjunto de las denominadas redes de base radial, son capaces de generar automáticamente el diseño interno de sus neuronas y son empleadas habitualmente para la aproximación de funciones, ya que, para un número suficiente de neuronas en las capas ocultas esta red es capaz de aproximar una función continua con una precisión arbitraria.

Las redes de regresión generalizada tienen muchas ventajas y una importante desventaja.

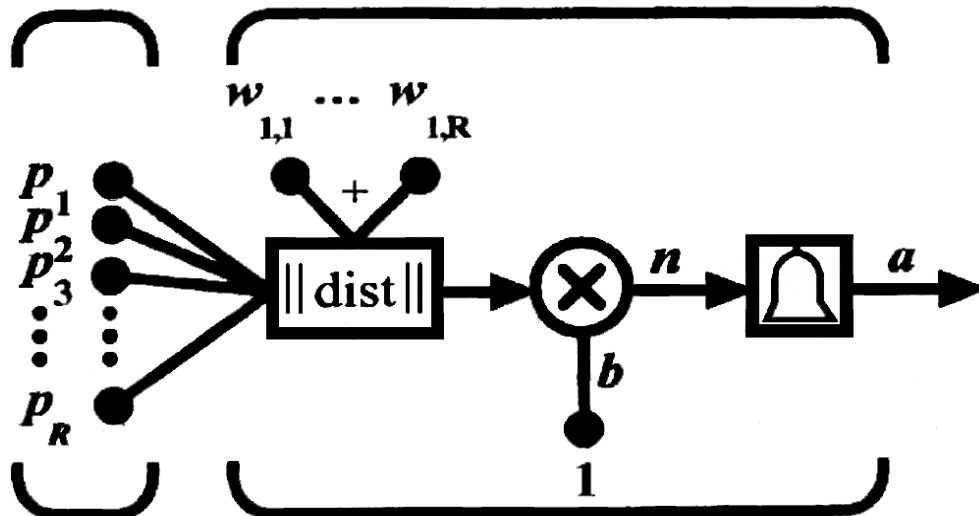


Son más lentas de operar ya que usan mucho más tiempo de computación que otras clases de redes para realizar aproximaciones de funciones o clasificaciones. Requieren mayor número de neuronas que las redes realimentadas entrenadas con retro-propagación estándar y trabajan mejor cuantos más vectores de entrenamiento se les suministren.

2. FUNCIONES DE BASE RADIAL

Se dice que una función es *racionalmente simétrica* (o es una Función de Base Radial, FBR) si su salida depende de la distancia a una entrada ejemplo (vector) desde otro vector almacenado. Las Redes Neuronales cuyas funciones en los nodos son funciones racionales simétricas, se dicen que son Redes Neuronales de Funciones de Base Radial.

Una Función de Base Radial, ϕ , es aquella cuya salida es simétrica alrededor de un centro asociado, μ_c . Esto es, $\phi_c = \phi\|x - \mu_c\|$, donde $\|\cdot\|$ es una norma vectorial.



Por ejemplo si seleccionamos la distancia euclideana y dejando que $\phi(r) = e^{(-r^2 / 2)}$ podemos ver que la función Gaussiana es una FBR, la función Gaussiana también se caracteriza por una amplitud o parámetro de escala σ tal como se muestra en la figura y la tabla.



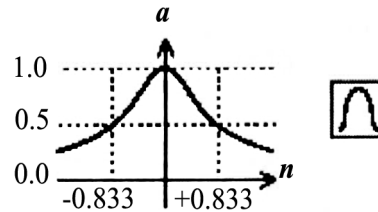
FIGURA 1 MODELO NEURONAL
CUADRO 1 EJEMPLOS DE RBF

°	EXPRESION	PARAMETROS
Gaussiana	$\phi(r) = e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$	Con parámetro de normalización $\sigma > 0$
Multi-Cuadráticas	$\phi(r) = (r^2 + \sigma^2)^{\frac{1}{2}}$	Con parámetro de normalización $\sigma > 0$
Multi-Cuadráticas Generalizadas	$\phi(r) = (r^2 + \sigma^2)^\beta$	Con parámetros de $\sigma > 0$ y $1 > \beta > 0$
Multi-Cuadráticas Inversas	$\phi(r) = (r^2 + \sigma^2)^{-\frac{1}{2}}$	Con parámetro de normalización $\sigma > 0$
Multi-Cuadráticas Inversas Generalizadas	$\phi(r) = (r^2 + \sigma^2)^{-\beta}$	Con parámetros de $\sigma > 0$ y $1 > \beta > 0$
Cúbica	$\phi(r) = r^3$	

Fuente: Martinez David 2004

Es importante hacer notar, que la función es una distancia entre el vector de pesos y el vector de entrada, multiplicado por el bias (parámetro que funciona como ajuste fino de las neuronas, semejante al termino independiente de la ecuación de una recta) y se denomina función de base radial. La función de transferencia para la neurona con función de base radial es la función Gaussiana.

FIGURA 2 FUNCION GAUSIANA

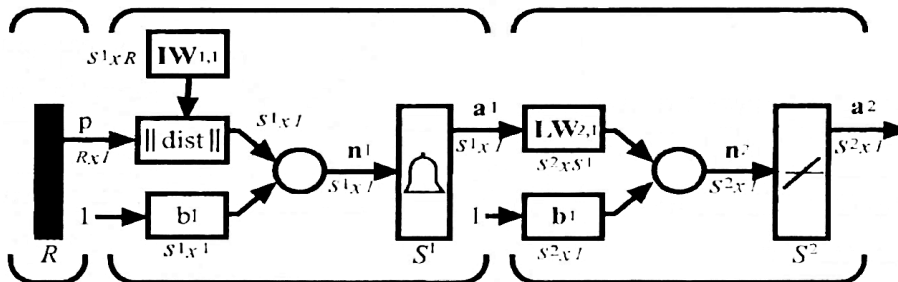


Fuente: Neural Network Toolbox For Use with MATLAB
[Howard Demuth y Mark Beale 20].

3. ARQUITECTURA DE LA RED

Una red de base radial se compone de dos capas la de entrada de $S1$ neuronas y la capa de salida de $S2$ [GARCIA 2005].

FIGURA 3 ARQUITECTURA DE LA RED



Fuente: Neural Network Toolbox For Use with MATLAB [Howard Demuth y Mark Beale 20].

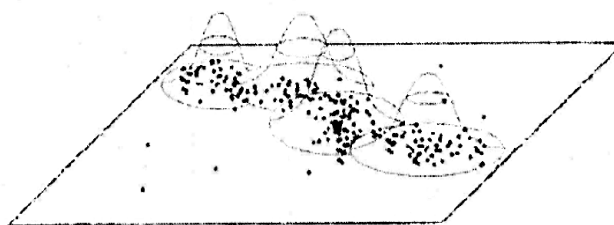
El funcionamiento de la red es el siguiente: si presentamos un vector de entrada a dicha red, cada neurona en la capa de base radial devolverá una salida acorde a la separación de cada vector con el vector de pesos de cada neurona. Por tanto, una neurona de base radial con un vector de pesos algo diferente al vector de entrada devolverá un valor cercano a 0. Estos valores tendrán una repercusión mínima al entrar en las neuronas de la capa lineal. En contraste, un neurona de base radial con un vector de pesos muy cercano al vector de entrada producirá valores cercanos a 1, De hecho, si sólo una neurona de base radial tiene un salida de 1 y todas las otras salidas cercanas a 0, la salida de la capa lineal coincidirá con los pesos de salida de la neurona activa. Este es un caso extremo, típicamente varias neuronas están activas a la vez en varios grados.



Las redes de base radial pueden ser diseñadas muy rápido de dos maneras diferentes. El primer método de diseño encuentra una solución exacta, creando una red de base radial con tantas neuronas de base radial como vectores de entrada haya en los datos de entrenamiento. El segundo método encuentra la red más pequeña que pueda resolver el problema dentro de los márgenes de error permitidos. Típicamente, se necesitan menos neuronas con este método. Sin embargo, a causa de que el número de neuronas de base radial es proporcional al tamaño del espacio de entrada y a la complejidad del problema, las redes de base radial suelen ser de mayor tamaño que las redes de retro-propagación. Resumiendo podemos decir una red neuronal de base radial tiene las siguientes características [HILERA 2000].

- Tiene capa de entrada que recibe las señales del exterior, no realizan ningún proceso.
- Tiene capa oculta que recibe las señales de la capa de entrada y realizan una transformación local y no lineal de dichas señales.
- Tiene capa de salida que realiza una combinación lineal Gaussiana (Figura 4).

FIGURA 4 COMBINACIONES GAUSIANAS



Fuente: Introducción a las Redes Funcionales con Aplicaciones

De las activaciones de las neuronas de la capa oculta y actúa como salida de la red



CASTILLO E., COBO A., GUTIERREZ JOSE M., PRUNEDA ROSA E. (1999); INTRODUCCION A LAS REDES FUNCIONALES CON APLICACIONES; PRINTER: OPAQUE THIS; ESPAÑA.

FREEMAN JAMES A., SKAPURA DAVID M. (1993); REDES NEURONALES ALGORITMOS, APLICACIONES Y TECNICAS DE PROGRAMACION; ADDISON WESLEY / DIAZ DE SANTO; ESTADOS UNIDOS DE AMERICA.

GARCIA DE JALON JAVIER, RODRIGUEZ JOSE I. (2005); APRENDA MATLAB 7.0; ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES; UNIVERSIDAD POLITECNICA DE MADRID.

HILERA G. JOSE R., MARTINEZ H. VICTOR J. (2000); REDES NEURONALES ARTIFICIALES; ALFAOMEGA, S. A.; MEXICO.

MARTINEZ GONZALES DAVID (2004); REDES NEURONALES ARTIFICIALES Y MAPAS AUTOORGANIZADOS; SISTEMAS EXPERTOS E INTELIGENCIA ARTIFICIAL. 3º ITÍN. ; CURSO 2004 — 05 UNIVERSIDAD DE BURGOS.

MORATO ARCE CARLOS (2005); REDES NEURONALES; MORATO; BOLIVIA
e -mail: aflores@ci.ulsal.mx , egomez@ci.ulsal.mx

[http:// www.udlap.mx/~centia/doctorado/cursosselective.html](http://www.udlap.mx/~centia/doctorado/cursosselective.html).

[http:// www.imse.cnm.es/~lumi/neuroprogram.html](http://www.imse.cnm.es/~lumi/neuroprogram.html)

[http:// www.google.com.bo/sesch?h1=es&q=redes+neuronales+radicils&meta=](http://www.google.com.bo/sesch?h1=es&q=redes+neuronales+radicils&meta=)

