



MEDICIÓN DE LA POBREZA ASPECTOS TEORICOS Y METODOLÓGICOS

Carlos Fernando Silva Viamonte

1. Introducción¹.

En la literatura económica, siempre ha sido un problema de indudable interés el de la identificación y la cuantificación de la pobreza, teniendo en cuenta sus consecuencias y su amplia repercusión, ya sea en su vertiente económica, en la social ó en otras.

En los últimos treinta y cinco años, desde el trabajo de Atkinson (1970), se ha desarrollado un cúmulo importante de aportaciones sobre la medición de diferentes aspectos distributivos: desigualdad, polarización, movilidad, pobreza, etc. Se ha ido abriendo camino una literatura extensa sobre los conceptos y la metodología adecuada para medirlos. Se ha hecho igualmente un esfuerzo en encuadrarlos en marcos normativos que enlacen con el resto de las áreas de la economía y de la política económica. Para ello se han ido dotando de marcos axiomáticos generalmente aceptados y de unos métodos de medición coherentes con esos marcos. El estudio de la desigualdad económica ha centrado principalmente el análisis. No obstante, otros temas distributivos, como la pobreza, han ido llamando la atención, sobre todo a partir de la publicación, en 1976, en la revista *Econometrica*, del artículo de Amartya Sen en el que se sientan las bases para el estudio de lo que ha venido en denominarse pobreza económica, en el sentido de utilizar un indicador de la posición económica de los hogares, como la renta, el ingreso ó el gasto familiares, como punto de partida para el diseño y la construcción de medidas de pobreza. Es así, que a partir de este trabajo de Sen son temas conectados entre sí, pero esencialmente diferentes.

“Pobreza” es un término complejo puesto que sobre él caben muchas realidades sociales, así como, muy diferentes interpretaciones. Esta dificultad de sistematizar el término ha dado lugar al establecimiento de una serie de axiomas. Todo lo cual hace muy difícil la unanimidad y, en consecuencia, hace que unos sean más aceptados y otros más conflictivos. A este respecto, un nuevo término, “exclusión social”, relacionado pero no equivalente a la pobreza, se abre camino. Parece ser un concepto más adecuado en relación a la política económica. Es claramente un concepto multidimensional, pero aún no está ni definido formalmente ni establecido. Este trabajo revisará en términos generales sobre la medición tradicional de la pobreza. Solamente comentaremos posibles líneas de avance y conexiones con la exclusión social cuando sea apropiado. Al fin y al cabo, cualquier desarrollo “multidimensional” se tiene que basar en los pilares de la medición clásica unidimensional. Veamos sus fundamentos. El trabajo aborda en primer lugar la medición de la pobreza. En la segunda sección se repasan los principales índices de pobreza propuestos y, al final, en la sección cuarta, se presentan tests de dominancia para la comparación robusta de la pobreza.

¹ FERES, Juan Carlos; MANCERO, Xavier (2001). “Enfoques para la medición de la pobreza. Breve revisión de la literatura”. CEPAL, ECLAC Estudios estadísticos y prospectivos, serie 4. páginas 5-7 .



2. Resumen histórico

Haciendo un análisis histórico, el estudio científico de la pobreza se remonta a comienzos del siglo XX. Atkinson (1987) señala que antes de esa fecha se habían realizado algunas estimaciones sobre pobreza, pero que fue Booth entre 1892 y 1897 “el primero en combinar la observación con un intento sistemático de medición de la extensión del problema”, elaborando un mapa de pobreza de Londres.

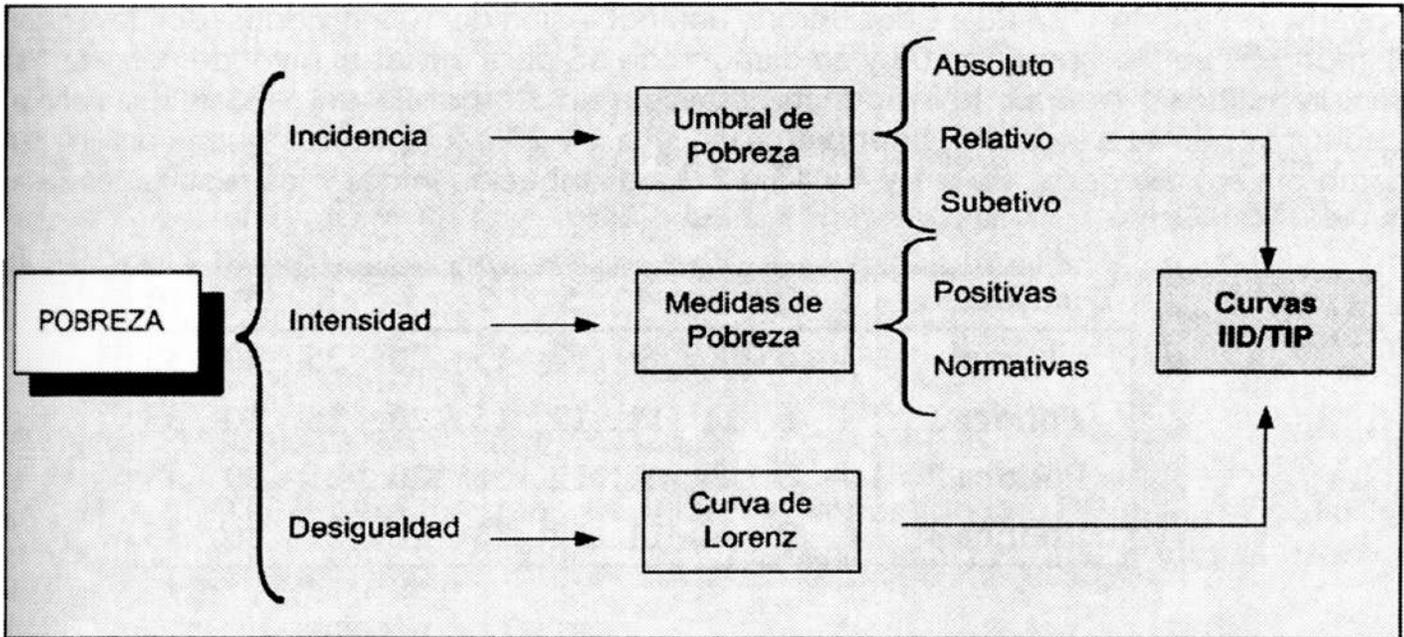
Posteriormente, Rowntree (1901) realizó un estudio para medir la pobreza en York, y utilizó un estándar de pobreza basado en requerimientos nutricionales. A partir de entonces se han desarrollado nuevos conceptos sobre la medición del bienestar y nuevas metodologías para medir la pobreza.

Cuando hablamos de pobreza en términos generales, se refiere a la incapacidad de las personas de vivir una vida tolerable (PNUD, 1997). Entre los aspectos que la componen se menciona llevar una vida larga y saludable, tener educación y disfrutar de un nivel de vida decente, además de otros elementos como la libertad política, el respeto de los derechos humanos, la seguridad personal, el acceso al trabajo productivo y bien remunerado y la participación en la vida comunitaria. No obstante, dada la natural dificultad de medir algunos elementos constituyentes de la “calidad de vida”, el estudio de la pobreza se ha restringido a los aspectos cuantificables (y generalmente materiales) de la misma, usualmente relacionados con el concepto de “nivel de vida”.

Como se sabe, para analizar la pobreza primero que nada es necesario definirla. Una vez establecidos los aspectos que abarca el término “pobreza”, su medición requiere de indicadores cuantificables, que guarden relación con la definición elegida. Sea cual fuere ésta y el o los indicadores utilizados, el proceso de medición comporta dos elementos: la identificación de las personas que se considere pobres y la agregación del bienestar de esos individuos en una medida de pobreza.

3.- Elementos del análisis estadístico de la Pobreza.

En el siguiente esquema se puede observar cada unos de los elementos que involucran la medición de la Pobreza desde un punto de vista estadístico.



4-Cuantificación

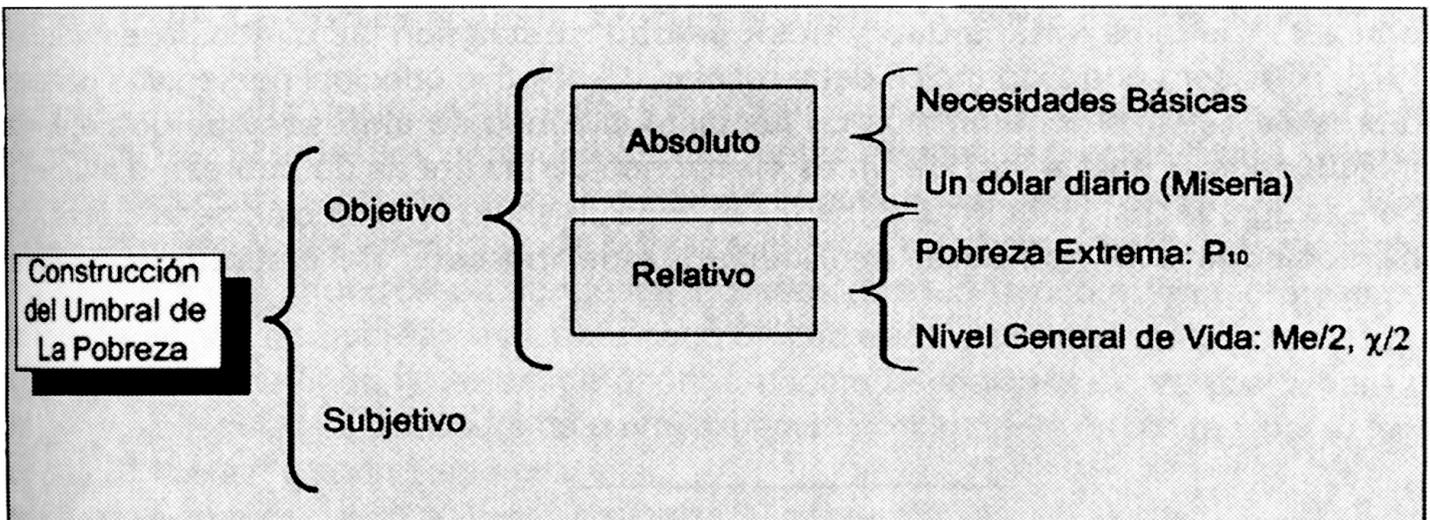
4.1 Umbral o Línea de La Pobreza.

Dada una sociedad con N individuos, cuyo vector de rentas no negativas es x , entonces el umbral de pobreza es un valor $z > 0$, tal que:

$$x_i < z \Rightarrow \text{es pobre}$$

El conjunto de pobres será $T(x,z) = \{i: x_i < z\}$ y su cardinal(q) será el número de pobres.

La construcción del umbral de la pobreza se puede apreciar a través del siguiente esquema:





4.1 Incidencia e Intensidad de La Pobreza.

Utilicemos el siguiente ejemplo extraído de Creedy (The dynamics of inequality and poverty, 1998, págs. 27-28): Considérese una población de 10 individuos, donde el umbral de pobreza se ha fijado en 10\$ y se dispone de 5\$ para aliviar el nivel de pobreza. Para ello, la política 1 (reducir la incidencia) consiste en otorgar 2\$ a 4 y 3\$ a 3, la política 2 (reducir la pobreza extrema) podría otorgar 3\$ a 1 y 2\$ a 2, mientras que la política 3 (de compromiso) otorgaría: 2\$ a 1 y 4 y 1\$ a 2. La distribución inicial y las resultantes serían:

Distribución	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Inicial	4	6	8	9	12	15	20	25	30	35
Política 1	4	6	11	11	12	15	20	25	30	35
Política 2	7	8	8	9	12	15	20	25	30	35
Política 3	6	7	8	11	12	15	20	25	30	35

¿Qué política resulta la más correcta?

Justamente para tener una visión clara de la mejor política es que a continuación se desarrolla la metodología de las curvas IID o curvas TIP.

5.- Curvas IID/TIP (Jenkins y Lambert).

En un intento por encontrar un instrumento gráfico que permita analizar la pobreza en forma similar a lo que se hace a través de las funciones de densidad y las curvas de Lorenz en el caso de la distribución de ingresos, Jenkins y Lambert (1997) desarrollan las curvas IID/TIP².

La denominación TIP's obedece a :Three l's of Poverty: incidence, intensity, inequality..

Estas curvas permiten visualizar gráficamente tres dimensiones fundamentales de la pobreza: incidencia, **intensidad y desigualdad**³. Estas son las dimensiones que Sen (1976) considera que todo índice debe reflejar.. El objetivo principal perseguido por estos autores es lograr ordenamientos de las distribuciones de ingresos que no presenten ambigüedades frente a las diferentes elecciones de las líneas de pobreza e índices de pobreza agregados, y por lo tanto permitan concluir sobre la evolución de la pobreza en una sociedad o al comparar distribuciones de ingresos de distintas economías.

²La denominación TIP's obedece a :Three l's of Poverty: incidence, intensity, inequality.

³Estas son las dimensiones que Sen (1976) considera que todo índice debe reflejar.



A continuación se describen los fundamentos de esta metodologías, siguiendo a Jenkinsy Lambert (1997). Se considera un vector $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ que representa una distribución de ingresos entre n unidades receptoras de ingresos (hogares o personas), donde x_i denota el ingreso de la unidad i y se cumple que $0 < x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n$. El vector g_x refleja las brechas o gaps de pobreza asociadas con el vector de ingresos x y la línea de pobreza z :

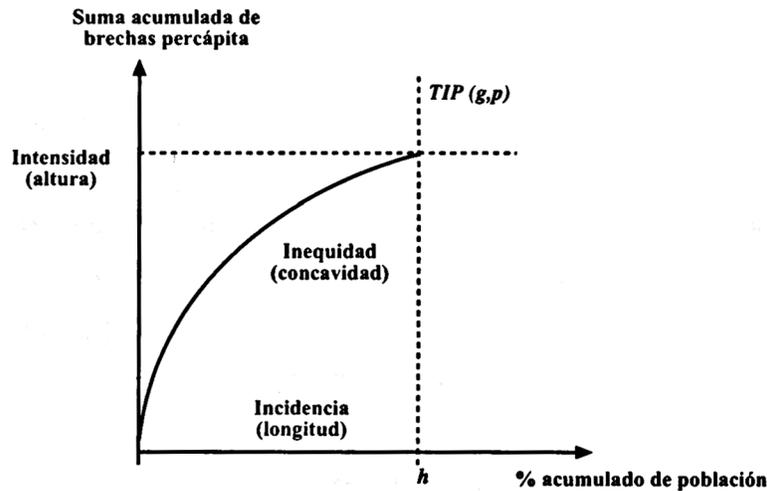
$$g_{xi} = \max\{z - x_i, 0\}$$

Las curvas IID/TIP's para los gaps de pobreza, denominadas $TIP(g;p)$, se obtienen ordenando a las personas en orden creciente de ingresos y acumulando sus gaps de pobreza, de forma tal que:

$$TIP(g;p) = \frac{\sum_{i=1}^q g_i}{n}$$

Donde hace referencia al total de hogares pobres. Para cada valor de p , $TIP(g; p)$ representa el gap acumulado por ese porcentaje de unidades receptoras de ingresos dividido el total de unidades. Se acumulan los gaps de pobreza solamente para las unidades pobres, para el resto estos gaps valen cero. Este instrumento gráfico permite visualizar la incidencia de la pobreza, que está dada por el percentil para el cual la TIP se vuelve horizontal, es decir $h=q/n$. También permite visualizar la intensidad o severidad de la pobreza, que está dada por la altura máxima alcanzada por curva, ya que refleja la suma total de gaps dividida el total de unidades receptoras de ingresos.

Finalmente refleja la desigualdad entre los pobres, a través de la concavidad de parte curva de la TIP. Si todos los gaps de pobreza fueran iguales, esta parte de la TIP sería una línea recta con pendiente igual a z . Análogamente con las medidas de desigualdad, existen situaciones de referencia de pobreza mínima y máxima. La máxima pobreza corresponde a una situación en donde los ingresos de toda la población fueran cero, y por lo tanto el gap de pobreza es z para cada unidad receptora de ingresos, por lo que la curva TIP es una línea recta desde el origen hasta la intersección vertical z para un $p=1$. La mínima pobreza corresponde a una situación donde nadie es pobre y por lo tanto la curva TIP coincide con el eje horizontal.



Dadas dos distribuciones de ingresos x e y , y una línea de pobreza común z , se dice que la distribución g_y domina en el sentido TIP a g_x cuando la TIP g_y no se sitúa por debajo de la TIP g_x en ningún punto, es decir:

$$TIP(g_y; p) \text{ domina a } TIP(g_x; p) \Leftrightarrow TIP(g_y; p) \geq TIP_{g_x}(g_x; p) \text{ para todo } p \in [0,1]^4$$

Para cualquier línea de pobreza en común, la dominancia de g_y sobre g_x es condición necesaria y suficiente para asegurar que el nivel de pobreza en x no es superior al nivel de pobreza en y . Los autores señalan que esto se sigue manteniendo para líneas de pobreza menores, cualquiera sea el índice de pobreza elegido perteneciente a una amplia familia de índices P . Este primer resultado refiere a la comparación de dos distribuciones de ingresos con líneas de pobreza comunes, pero puede resultar de interés comparar dos distribuciones considerando las diferencias en los niveles de vida entre ambas distribuciones, es decir incorporar la dimensión relativa de la pobreza.

Para ello los autores desarrollan las curvas TIP normalizadas, que se construyen a partir de la acumulación de brechas de pobreza normalizadas. Las brechas de pobreza normalizadas, Γ_x , se construyen a partir de:

$$\Gamma_x = \frac{g_{xi}}{z} = \max \left[\frac{z - x_i}{z}, 0 \right]$$

6. Axiomática.

Se considera el sistema básico de axiomas que cualquier indicador de pobreza debe satisfacer.

- ☑ Axioma Focal: El indicador de pobreza está determinado por las rentas de los pobres. Es decir, sean x e y dos vectores ordenados de rentas, y sean $x(z)$ e $y(z)$ los subvectores formados por las rentas de los pobres. Entonces:
 $x(z) = y(z) \Rightarrow P(x,z) = P(y,z)$

⁴La dominancia estricta requiere q u e la desigualda d sea estricta para algún p,



- ☑ Axioma de Monotonía: Sean $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $x^* = (x_1, x_2, \dots, x_i - \alpha, \dots, x_n)$, siendo $z > 0$ la línea de pobreza y $\alpha > 0$. Entonces:
 $x_i < z \Rightarrow P(x, z) < P(x^*, z)$
- ☑ Axioma de Transferencia Débil: Sean $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$,
 $x^* = (x_1, x_2, \dots, x_i - \alpha, \dots, x_j + \alpha, \dots, x_n)$, con $\alpha > 0$.
 $x_i < z \Rightarrow P(x, z) < P(x^*, z)$

7.- Otros Axiomas.

- ☑ Axioma de Simetría: Si y se obtiene de x mediante una permutación, la medida de la pobreza no varía: $P(x, z) = P(y, z)$, $\forall z > 0$.
- ☑ Axioma de Sensibilidad frente a incrementos del umbral de pobreza: Dado un vector x , ordenado de rentas, $P(x, z') > P(x, z)$, $\forall z, z' \in \mathbb{R}^+$: $z' > z$
- ☑ Axioma de Normalización: Si no existen individuos cuya renta se sitúe por debajo del umbral de pobreza, la medida de la pobreza es cero.
- ☑ Axioma de Continuidad: Para un umbral de pobreza (z) determinado, la medida $P(x, z)$ es una función continua de la renta (x).
- ☑ Axioma de Descomponibilidad Aditiva: Sea x el vector de rentas de una población y supongamos que ésta se particiona en m subgrupos:
 $x = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)})$. En este caso:

$$P(x, z) = \sum_{i=1}^m \frac{N_i}{N} P(x^{(i)}, z)$$

8.-Indicadores Simples de Pobreza

En todos los casos, se supone una población de n individuos, cuyo vector ordenado de rentas es $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, siendo $z > 0$, el umbral de pobreza. El número de pobres (q) es el cardinal de $T = T(x, z) = \{i: x_i < z\}$.

- ☑ Proporción de Pobres: $H(x, z) = \frac{q}{N}$
- ☑ Ratio de Pobreza: $I(x, z) = \frac{1}{qz} \sum_{i \in T} g(x_i, z) = \frac{1}{qz} \sum_{i \in T} (z - x_i) = 1 - \frac{\mu_q}{z}$
- ☑ Ratio Combinado de Pobreza:

$$H(x, z) = H(x, z) \cdot I(x, z) = \frac{1}{nz} \sum_{i=1}^q (z - x_i) = \frac{q}{n} - \frac{q\mu_q}{nz}$$

9.-Medidas Basadas en Déficit de Pobreza.

$$P(x, z) = A(q, n, z) \sum_{i \in T} g(x_i, z) V_i(x, z)$$

- ☑ Medida de Sen:

$$V_i(x, z) = q + 1 - i \Rightarrow S(x, z) = \frac{2}{(q + 1)nz} \sum_{i \in T} (z - x_i)(q + 1 - i) = H[I + (1 - I)G_q]$$

- ☑ Medida de Thon:



$$V_i(x, z) = n + 1 - i \Rightarrow T(x, z) = \frac{2}{n(n+1)z} \sum_{i \in T} (z - x_i)(n + 1 - i) = \frac{q+1}{n+1} S(x, z) + \frac{2(n-q)}{n+1} HI(x, z)$$

Medida Exponencial

$$V_i(x, z) = e^{z-x_i} \Rightarrow E(x, z) = \frac{qk}{nz} \sum_{i \in T} (z - x_i) e^{z-x_i} = \frac{1}{nz} \sum_{i=1}^q (z - x_i) e^{\frac{-x_i}{z}}$$

10.- Familias de Medidas de Pobreza

$V_i(x, z) = (q + 1 - i)^\alpha \Rightarrow K(x, z, \alpha) = \frac{q}{nz} (\sum_{i=1}^q i^\alpha) \sum_{i=1}^q (z - x_i)(q + 1 - i)^\alpha, \alpha \geq 0$

$\alpha = 0 \Rightarrow K(x, z, 0) = HI(x, z)$

$\alpha = 1 \Rightarrow K(x, z, 1) = S(x, z)$

$V_i(x, z) = (z - x_i)^{\alpha-1} \Rightarrow F(x, z, \alpha) = \frac{1}{nz^\alpha} \sum_{i=1}^q (z - x_i)^\alpha, \alpha \geq 0$

$\alpha = 0 \Rightarrow F(x, z, 0) = H(x, z)$

$\alpha = 1 \Rightarrow F(x, z, 1) = HI(x, z)$

$\alpha = 2 \Rightarrow F(x, z, 2) = H(I^2 + (1 + I)^2 + CV^2q)$

11.- Cumplimiento de Axiomas

Axiomas	H	I	HI	K_α	F_α	T	E
Focal	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI
Monotonía	NO	SI	SI	SI	SI	SI	SI
Transf.. Débil	NO	NO	NO	SI	SI	SI	SI
Simetría	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI
Incr. De la línea de pob.	NO	NO	NO	SI	SI	SI	SI
Normalización	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI
Continuidad	NO	NO	SI	NO	SI	SI	SI
Descomponibilidad	SI	NO	SI	NO	SI	NO	NO



12.- Bibliografía.

- BARTELS, C.P.A. (1977). Economics Aspects of Regional Welfare. Martinus Nijhoff Sciences División.
- CALLEALTA, F.J.; CASAS, J.M.; NÚÑEZ, J.J. (1995). "Un modelo para la distribución de ingresos en España: Ajuste y evolución de la desigualdad". Actas de la IX Reunión Asepelt-España. Volumen III, págs. 219-232. Santiago de Compostela.
- CALLEALTA, F.J.; CASAS, J.M.; NÚÑEZ, J.J. (1996). "Distribución de la Renta per Cápita Disponible en España: Descripción, Desigualdad y Modelización". En Distribución Personal de la Renta en España, Cap. 5, J.B. Pena (Director). Ed. Pirámide. Madrid.
- CASAS, J.M.; NÚÑEZ, J.J. (1991). Sobre la medición de la desigualdad y conceptos afines. Actas de la V Reunión Anual de ASEPELT-España. Libro 2. Las Palmas de Gran Canaria.
- FOSTER, J.E.; SHORROCKS, A.F. (1988). Inequality and Poverty Orderings. European Economic Review, 32, págs. 654-662.
- JOHNSON, R.A.; WICHERN, D. W. (1992). Applied Multivariate Statistical Analysis. Prentice-Hall.
- NYGARD, F.; SANDSTROM, A. (1981). Measuring Income Inequality. Amqvist & Wiksell International. Stockholm.
- PENA, J.B. (1977). Problemas de la medición del bienestar y conceptos afines. INE. Madrid.
- PENA, J.B. (Director); CALLEALTA, F.J.; CASAS, J.M.; MEREDIZ, A.; NÚÑEZ, J.J. (1996). Distribución Personal de la Renta en España. Pirámide. Madrid.
- RUIZ-CASTILLO, J. (1986). Problemas Conceptuales en la Medición de la Desigualdad. Hacienda Pública Española, 101, págs. 17-31.
- SEN, A. (1997). On Economic Inequality. Clarendon Press, Paperbacks. Oxford.
- SHORROCKS, A.F. (1983). Ranking Income Distributions. Economica, 50, págs. 3-17.
- URIEL, E. (1995). Análisis de Datos. Series Temporales y Análisis Multivariante. Ac, Madrid.
- ZARZOSA, P. (1996). Aproximación a la medición del bienestar social. Universidad de Valladolid. Valladolid.

