



PRUEBAS DE SIMULACION DE MONTECARLO DE LAS PRUEBAS DE RAIZ UNITARIA PARA UN PROCESO AUTOREGRESIVO AR(1)

David Barrera Ojeda

Proceso autoregresivo de orden "1"

Forma de dependencia más simple, consiste en relacionar X_t con $X_{(t-1)}$ linealmente es decir:

$$X_t = \alpha + \beta * X_{t-1} + \varepsilon_t$$

donde Ω_t es ruido blanco con varianza Ω^2 .

Ejemplo: X_t es el consumo del mes en alimentos. Cada mes se gasta una proporción fija de las existencias iniciales $(1-\Omega)*X_{t-1}$, y hay un consumo estable por termino medio igual a Ω pero que varía aleatoriamente de unos meses a otros según Ω_t .

algunas propiedades:

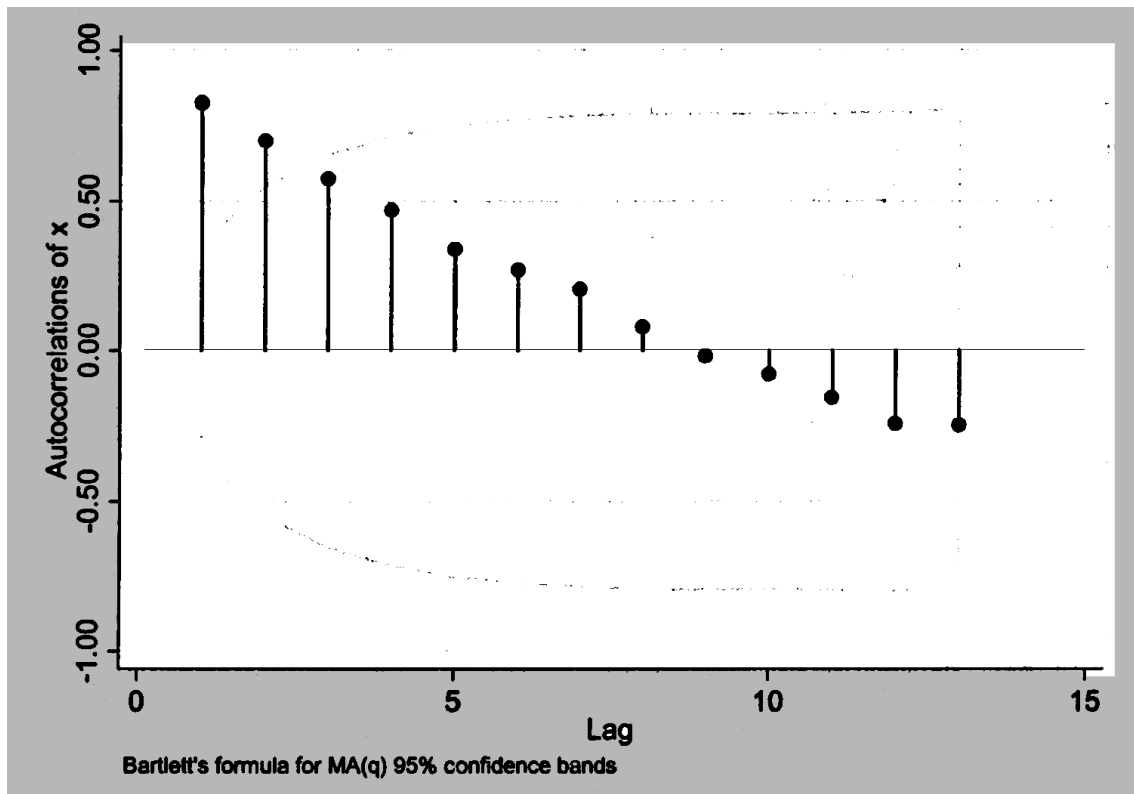
$$E(X_t) = \mu = \frac{\alpha}{1-\beta}$$

$$Var(X_t) = \sigma^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\beta^2}, \text{ siempre que } |\beta| < 1$$

$$Cov(X_t, X_{t-k}) = \frac{\beta^k}{1-\beta^2} * \sigma_\varepsilon^2$$

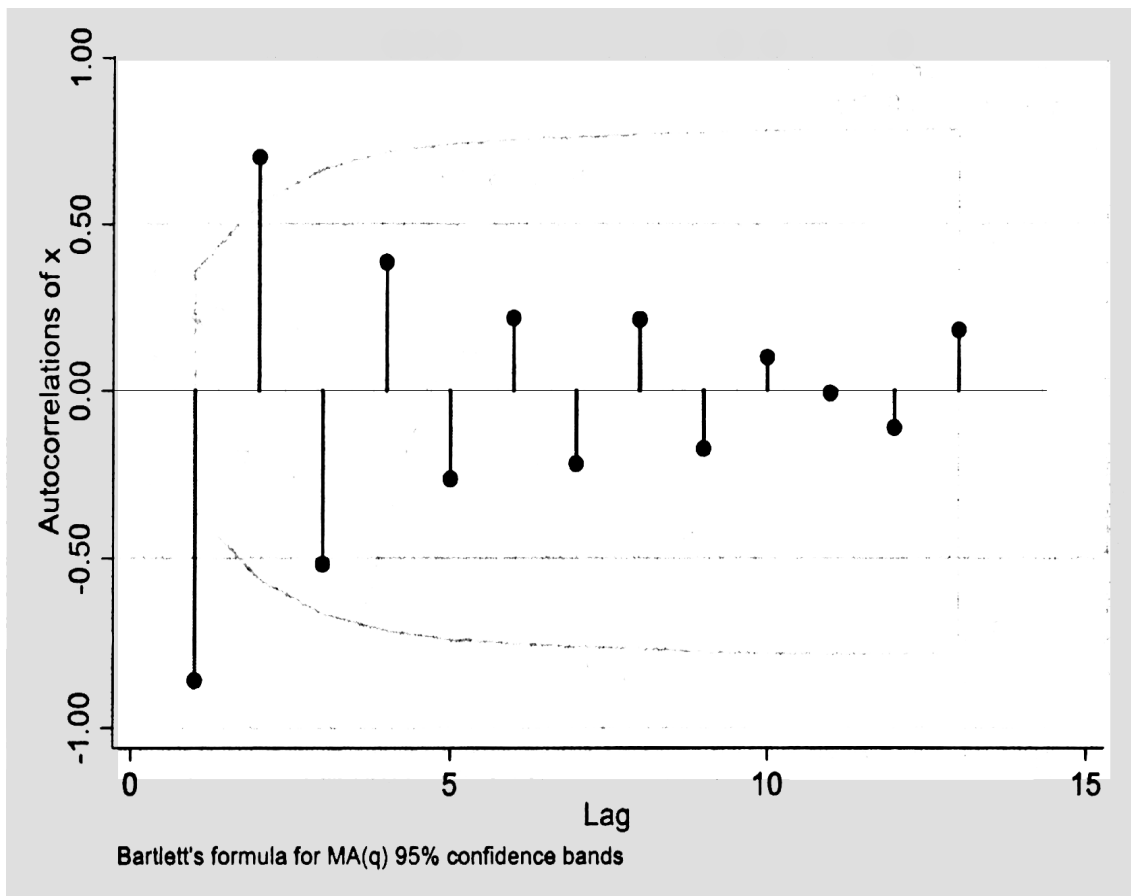
Ejemplos: Para algunos valores Ω .

Cuando $\Omega=0.9$





Cuando $\Omega = -0.9$



En econometría es probable encontrarse con series no estacionarias, y es lo más común asumir que el proceso es AR(1).

En la práctica es clave primero identificar el proceso, es decir si se trata de efectivamente de un proceso AR(1), o AR(2), ARMA(P,Q), ARIMA(P,Q), para esto lo primero que se suele realizar es graficar el correlograma, luego hallar las funciones de autocorrelación, luego la autocorrelación parcial. Identificar el valor de P y el valor Q constituye todo un arte, identificar el proceso generador(X_t) de la mejor forma posible, si cuenta con o sin constante, o cuenta con tendencia y constante, luego estimar los parámetros por máxima verosimilitud o mínimos cuadrados ordinarios.

Una vez identificado el proceso se debe realizar las pruebas de hipótesis del modelo: Normalidad, media de los residuos igual a cero, varianza de los residuos igual a una constante, incorrelados los residuos.

Una vez de estimar el proceso generador, digamos AR(1), se debe probar las pruebas de raíz unitaria, esto clave para realizar estimar los coeficientes de estructurales de un modelo de regresión o para estimar el modelo para fines predictivos.

La pruebas de simulación de Monte Carlo, se usa el método de Matsumoto y Nishimura's para generar los números aleatorios. Con un número de réplicas de 1000, para dos tamaños de muestra y asumiendo que el modelo tiene el término constante.

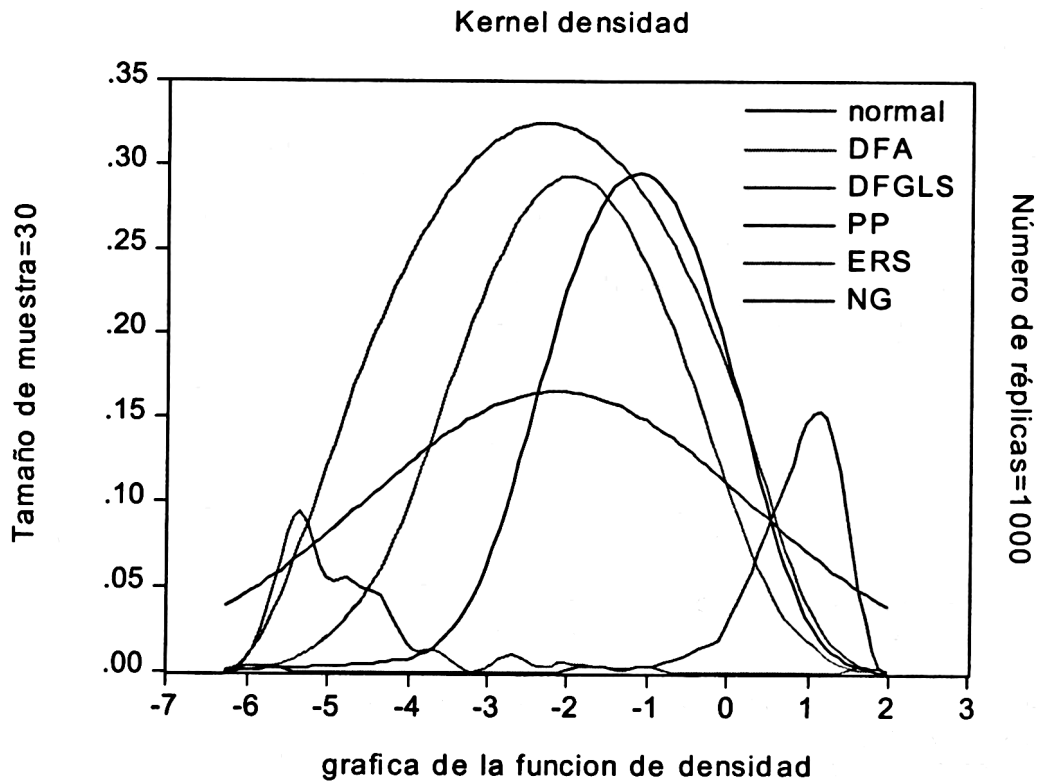


Los test de raíz unitaria más conocidos son:

Augmented Dickey-Fuller, GLS Dickey-Fuller (Elliot, Rothenberg, y Stock), Phillips-Perron, Elliot-Rothenberg-Stock, Ng y Perron .

A.- El Modelo es $X_t = 3 + 0.9 * X_{(t+1)} + \Omega_t$

Para n=30



	ADF	DFGLS	PP	ERS	NG
Mean	-1.990	0.348	0.352	10.918	-4.861
Median	-1.937	0.311	0.299	8.802	-3.881
Maximum	-0.334	0.005	0.000	0.211	-41.032
Std.Dev.	0.759	0.250	0.241	9.463	4.750
Skewness	-0.254	0.512	0.468	2.634	-4.816
Kurtosis	2.757	2.208	2.225	12.542	35.359
CV	-0.381	0.719	0.684	0.867	-0.977
RI	0.951	0.376	0.369	8.012	3.770
Rango	3.631	0.903	0.899	63.406	40.428
RI. Rel	-0.845	0.989	1	0.993	-0.971
	DF	DGLS	PP	ERS	NG
Prob. Rech Ho.	0.110	0.000	0.090	0.000	0.010

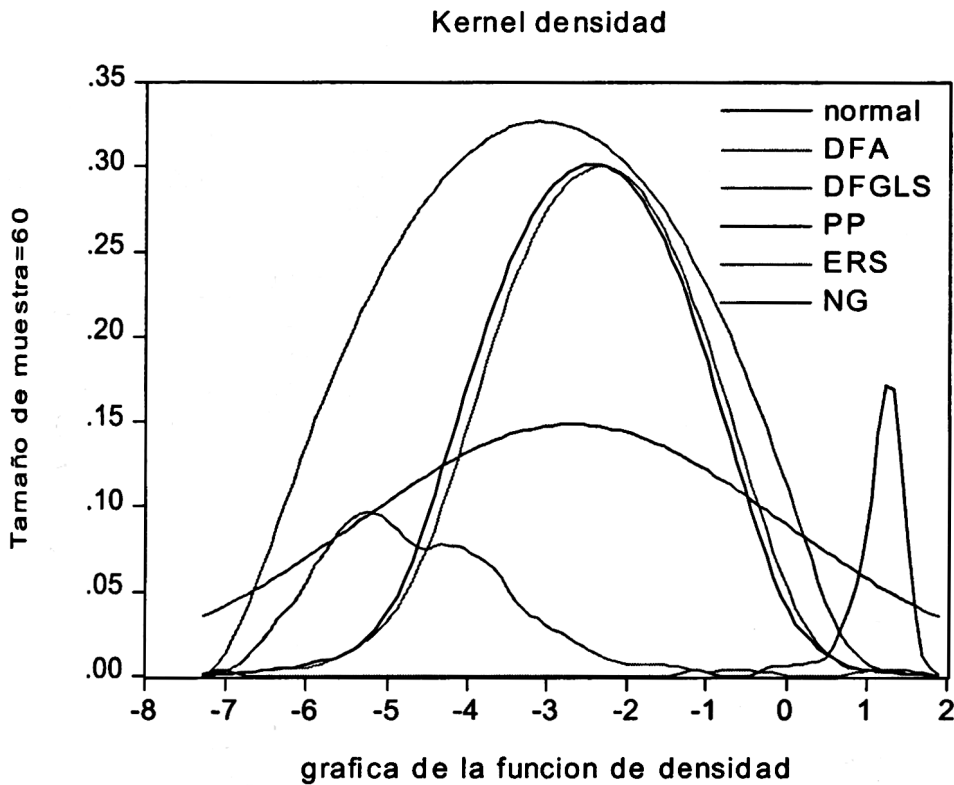


Normalidad	DFA	DGLS	PP	ERS	NG
Estadísticos	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Geary	0.466	0.035	0.050	0	0
Shapiro F	0.727	0.045	0.013	0	0
Shapiro W	0.568	0.001	0.003	0	0

Conclusión:

Quando el coeficiente de la pendiente(n) es aproximadamente 0.9, los test de raíz unitaria: DGLS, PP, ERS, NG, no son los más indicados, en tanto el test DFA es el más potente, puesto que así lo demuestra el Kernel, y la estabilidad del estadístico está garantizado. Nótese que las pruebas de DGLS, ERS y NG indican que la probabilidad de rechazar la Ho(el proceso tiene raíz unitaria) es casi imposible, esto es inaceptable.

Para n=60





	ADF	DFGLS	PP	ERS	NG
Mean	-2.371	0.218	0.222	8.263	-6.099
Median	-2.280	0.182	0.189	7.545	-4.231
Maximum	-0.419	0.899	0.911	30.191	-0.318
Minimum	-4.977	0.000	0.000	0.152	-83.488
Std.Dev.	0.699	0.180	0.186	4.871	8.671
Skewness	-0.750	1.153	1.376	1.360	-7.394
Kurtosis	4.978	4.469	4.933	6.426	65.174
CV	-0.295	0.828	0.835	0.590	-1.422
RI	0.821	0.246	0.204	5.898	3.209
Rango	4.558	0.899	0.911	30.039	83.171
RI. Rel	-0.845	1.000	1.000	0.990	-0.992
	DF	DGLS	PP	ERS	NG
Prob. Rech Ho.	0.180	0.000	0.150	0.000	0.010

Normalidad	DFA	DGLS	PP	ERS	NG
Estadísticos	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Geary	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Shapiro F	0.025	0.805	0.037	0.072	0.000
Shapiro W	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000

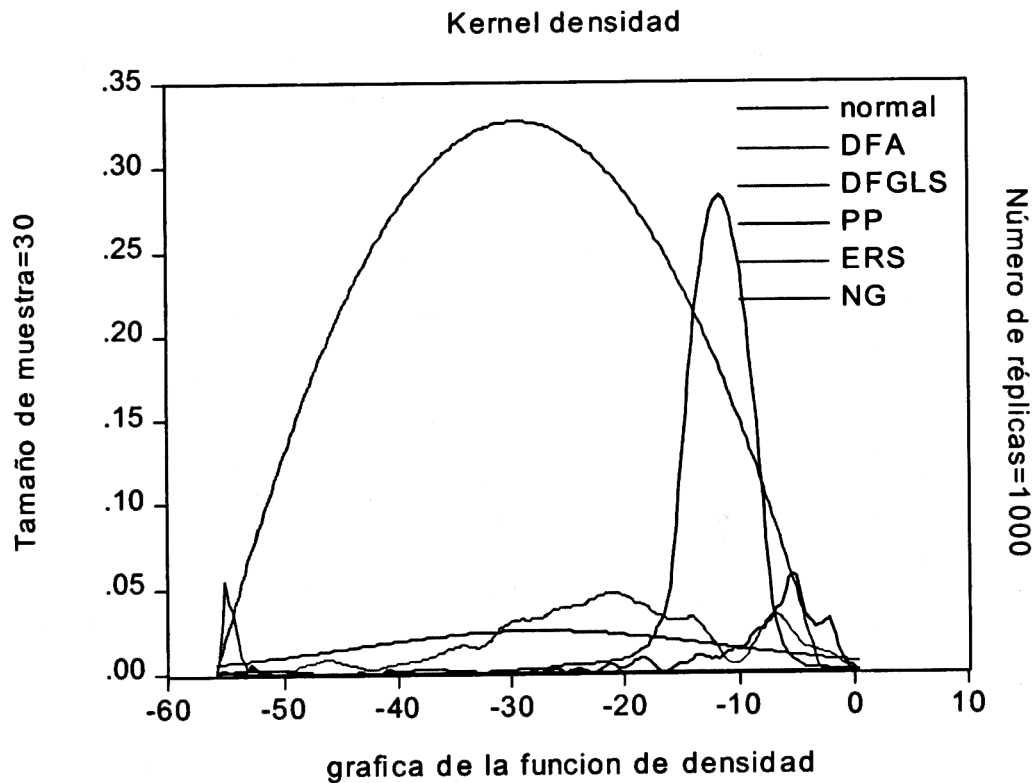
Conclusión:

Cuando aumenta el número de observaciones, el test de DFA sigue siendo el mejor, pese a la inestabilidad del estadístico, lo que había que rescatar es el test de Phillips Perron, está mejor que cuando n=30.

B.- El Modelo es $X_t = 3 - 0.9 * X_{(t-1)} + \Omega_t$

Para n=30

Nota.- En economía es raro que $\Omega < 0$



	ADF	DFGLS	PP	ERS	NG
Mean	-21.829	0.004	0.000	26.939	-0.423
Median	-21.472	0.000	0.000	16.088	-0.047
Maximum	-1.974	0.296	0.000	781.126	3.894
Minimum	-53.567	0.000	0.000	1.219	-20.994
Std.Dev.	10.577	0.026	0.000	71.403	2.142
Skewness	-0.368	8.790	-2.339	8.344	-6.124
Kurtosis	3.114	87.231	6.470	77.717	51.918
CV	-0.485	6.981	0.370	2.651	-5.069
RI	13.230	0.000	0.000	12.203	0.573
Rango	51.593	0.296	0.000	779.906	24.888
RI. Rel	-0.929	1.000	1.000	0.997	-1.455
	DF	DGLS	PP	ERS	NG
Prob. Rech Ho.	0.980	0.000	1.000	0.000	0.005

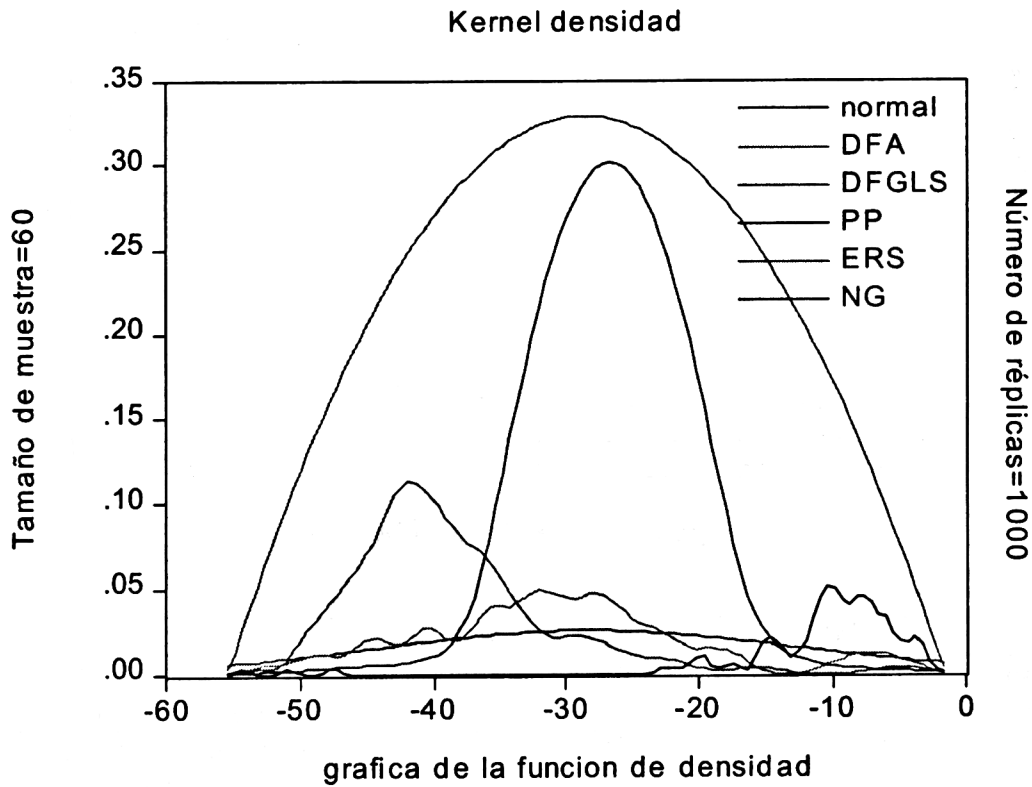
Normalidad	DFA	DGLS	PP	ERS	NG
Estadísticos	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Geary	0.087	0.000	0.000	0.000	0.000
Shapiro F	0.216	0.000	0.000	0.000	0.000
Shapiro W	0.009	0.000	0.000	0.000	0.000



Conclusión:

La inestabilidad es marcada de todos los estadísticos, a pesar de este defecto en esta ocasión las pruebas de DFA y PP no son los más indicados, puesto que es casi seguro que vamos a rechazar H_0 , y esto no es correcto.

Para $n=60$



	ADF	DFGLS	PP	ERS	NG
Mean	-30.906	0.000	0.000	9.377	-0.101
Median	-31.072	0.000	0.000	8.282	-0.073
Maximum	-3.956	0.003	0.000	32.488	3.292
Minimum	-53.129	0.000	0.000	0.318	-4.313
Std.Dev.	10.418	0.000	0.000	5.015	0.806
Skewness	0.396	9.698	-4.129	1.565	-0.840
Kurtosis	3.277	96.077	18.053	7.102	12.833
CV	-0.337	2.525	0.231	0.535	-7.959
RI	11.225	0.000	0.000	5.133	0.545
Rango	49.173	0.003	0.000	32.170	7.604
RI. Rel	-0.861	1.000	1.000	0.981	-7.448
	DF	DGLS	PP	ERS	NG
Prob. Rech Ho.	1	0	1	0	0.010



Normalidad	DFA	DGLS	PP	ERS	NG
Estadísticos	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Geary	0.169	0.000	0.000	0.000	0.000
Shapiro F	0.099	0.000	0.000	0.001	0.000
Shapiro W	0.072	0.000	0.000	0.000	0.000

Conclusión:

Definitivamente cuando $\Omega < 0$, la mayoría de las pruebas no son buenos, por las inestabilidad que muestra la mayoría, creo que el número de observaciones no es un factor que puede cambiar el curso del estadístico.

En definitiva, en este trabajo sólo se ha probado para un proceso AR(1), lo que tendríamos que probar que pasa para un proceso AR(p) para $p > 1$, o un proceso ARMA, ARIMA, en definitiva la clave para aplicar correctamente es determinar el proceso, luego aplicar las pruebas de raíz unitaria. Si el proceso es estacionario sería el test de KPSS.

En el modelo con término constante y sin tendencia, el mejor es DFA, luego PP, y los otros, había que analizarlos en los modelos sin el término constante, y otro con constante y tendencia.

Bibliografía:

Enders, W. (1995). Applied Econometric Times Series.

John Wiley & Sons, Inc. United States.

Phillips, P.C.B. (1987), "Time Series Regression With a Unit Root", *Econometrica* 55, 277-301.

White, H, 2001, *Asymptotic Theory for Econometricians*, Academic Press.

Software:

Macroviews

Matlab

