

Estadígrafos de Concentración

Luis Zapata Escobar



¿Por qué razón, en la mayoría de los países, la distribución de las personas según salario es asimétrica positiva? Una explicación posible es la siguiente: De la masa salarial, una proporción pequeña se reparte entre muchas personas que perciben salarios bajos mientras que la proporción mayor de la masa de dinero es percibida por personas con salarios altos, por ello se afirma que los salarios están mal repartidos.

Bajo esta óptica, el economista italiano Corrado Ginni fue quien introdujo el concepto de **concentración** asociado a características económicas de la población o las empresas. En el comentario anterior la masa salarial se **concentra** en un número pequeño de personas (aquellos que perciben los salarios más altos) y el problema de interés es medir e interpretar este hecho.

Las distribuciones de: personas según salario, agricultores según superficie cultivable de tierra, ciudades según tamaño de la población que alberga, empresas según capital de patrimonio o capital invertido, etc. son distribuciones que se prestan para estudiar el concepto de concentración.

El siguiente ejemplo, presenta la distribución de una muestra de 500 predios agrícolas según la extensión de tierra cultivable medida en hectáreas.

Predios agrícolas según extensión	
Extensión (has)	Nro. de predios
10 - 20	60
20 - 40	100
40 - 80	120
80 - 120	90
120- 180	70
180- 260	40
260 - 400	20
Total	500

De la extensión total de tierras cultivables de estos 500 predios, del total $T = 46000$ has. ($T = \sum t_i = \sum x_i n_i$ ver hoja de cálculo) interesa por ejemplo que: 900 están en poder de agricultores que tienen entre 10 y 20 has. 11900 has. están en poder de los agricultores que tienen predios con extensión menor a 80 has. etc.

Comparando los dos extremos de la distribución, 20 agricultores tienen en su poder 6600 has, el 14.4% casi 7 veces más de lo que poseen los 60 agricultores en el primer intervalo, equivalente a decir que el 4 % de ellos detentan en su poder 7 veces más que el 12 % de agricultores con menor extensión

Curva de Concentración o Curva de Lorentz. Para graficar esta curva se determinan las frecuencias relativas f_i y acumuladas F_i . Luego los valores relativos $g_i = t_i/T$ que expresan la proporción de la extensión de la clase i respecto del total T .

La curva de Lorentz representada en el plano cartesiano unidad, es la poligonal que se forma de unir los pares ordenados (G_i, F_i) .

En abscisas, $G_i = \Sigma g_i$ proporción acumulada del valor relativo t_i/T ($0 \leq G_i \leq 1$)

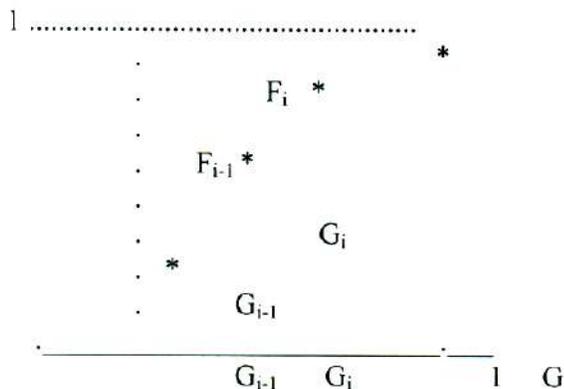
En ordenadas, $F_i = \Sigma n_i/n$ frecuencia relática acumulada ($0 \leq F_i \leq 1$)

Si la variable económica estuviese equitativamente distribuida, es decir la misma proporción de individuos detentarían en su poder la misma proporción de valor, la curva de concentración estará representada por la diagonal que une los puntos $(0, 0)$ y $(1, 1)$. Para distribuciones asimétricas positivas, la curva de concentración se sitúa por encima de la diagonal Ver gráfico.

Coefficiente de Concentración de Ginni G. La magnitud de esta medida relativa es equivalente al doble del área que encierra la curva de concentración y la diagonal.

Para calcular geoméricamente, usamos un concepto muy sencillo como calcular el área de un trapecio $A = (B+b)a/2$ (B: base mayor, b: base menor, a altura)

$$G = 2 \sum_{i=1}^k A_i = 2 \frac{1}{2} [(F_i - G_i) + (F_{i-1} - G_{i-1})](G_i - G_{i-1}) = (F_{i-1} - F_i)g_i - 1$$



El valor de este coeficiente proporciona el grado de concentración medido en porcentaje. A mayor desigualdad mayor concentración, según la siguiente escala.

Coefficiente G	Calificación
0,1 - 0,3	Baja
0,4 - 0,5	Regular
0,6 - 0,8	Alta
0,9 - 1.00	Significativamente alta.

La mediana Md. Es un estadígrafo que se define como “el valor de la variable tal que divide al total T en dos partes iguales”, es decir, la proporción de observaciones cuyo valor es menor que la mediana vale 0,5 $P(X < Md) = 0,5$ El 50% del total esta en poder de los elementos cuyo valor es menor o igual a la mediana.

Para calcular buscamos el intervalo que contiene a la mediana tal que:

$$G_{i-1} < 0,5 \leq G_i$$

Aplicando la ecuación de cálculo de la Mediana con g_i como frecuencia relativa, y G_i como frecuencias acumuladas

$$Md = L_i + (0,5 - G_{i-1})c_i / g_i$$

Ejemplo: Aplicaremos estos conceptos al ejemplo planteado al principio:

Has	Predios	x_i	$x_i n_i = t_i$	f_i	g_i	G_i	F_i
10-20	60	15	900	0,12	0,019	0,019	0,12
20-40	100	30	3000	0,20	0,065	0,084	0,32
40- 80	120	60	7200	0,24	0,156	0,240	0,56
80-120	90	100	9000	0,18	0,196	0,436	0,74
120-180	70	150	10500	0,14	0,228	0,664 *	0,88
180-260	30	220	8800	0,08	0,192	0,856	0,96
260-400	20	330	6600	0,04	0,144	1,000	1,00
Total	500		46000	1,00			

$$Md = 120 + (0,5 - 0,436)60/0,228 = 137 \text{ (has,)}$$

Interpretación: El 50% de la tierra cultivable por estos 500 propietarios esta en poder de aquellos cuyo predio tiene una extensión menor o igual a 137 hectáreas.

g_i	G_i	F_i	$F_i + F_{i-1}$	$(F_i + F_{i-1})g_i$
0,019	0,019	0,12	0,12	0,0023
0,065	0,084	0,32	0,44	0,0286
0,156	0,240	0,56	0,88	0,1373
0,196	0,436	0,74	1,30	0,2548
0,228	0,664	0,88	1,62	0,3694
0,192	0,856	0,96	1,84	0,3533
0,144	1,000	1,00	1,96	0,2822
				1.4279

El coeficiente de Ginni $G = 1,4279 - 1 = 0,4279$ que interpretamos: El nivel de concentración es regular con 49,8 % .

Para determinar la proporción de observaciones que están por debajo o por encima de la mediana, se calcula a qué fractil corresponde, despejando f de la ecuación del fractil.

$$X_f = L_i + (f + F_{i-1}) \frac{c_i}{f_i}$$

$$f = (X_f - L_i) \frac{f_i}{c_i} + F_{i-1}$$

Para este caso el fractil al que corresponde la mediana es:

$$f = (137 - 120) 0,14/60 + 0,74 = 0,779$$

Este dato explica que el 77,9% de los propietarios tienen en su poder el 50% de las tierras cultivables, mientras que el 22,2 % detenta en su poder el otro 50%.



Referencias:

CALOT, Gérard. (1999) "Curso de Estadística Descriptiva" 4º Edición Editorial Paraninfo. Madrid

FERNANDEZ C. Carlos y **FUENTES G. Felipe.** (1995) "Curso de Estadística Descriptiva. Teoría y Práctica" Editorial Ariel S.A. 1ª Edición Madrid

ZAPATA. Luis. "Curso de Estadística y Probabilidad" UMSA. 1998. La Paz. **SPURR. William.** **BONINI Charles.** (1996) "Toma de Decisiones en Administración Mediante Métodos Estadísticos" Editorial Limusa. México.