MODELOS ARCH y GARCH

Nicolás Chavéz Q.

En este artículo se presenta a los modelos o filtros temporales, donde los errores no tienen varianza constante, ni cumplen estrictamente con los supuestos de normalidad, sino más al contrario la varianza es variable, es decir existe heterocedasticidad, y se presentan deformaciones de sesgo o asimetría.

Este tipo de modelos muchas veces se presenta, con información de la vida real. En muchas ocasiones en economía se habla de sucesos condicionados o de generación de expectativas a partir de los movimientos relativos que se produjeron en el pasado. Por ejemplo, todo el mundo relaciona inmediatamente la estabilidad o la inestabilidad en los mercados financieros con su comportamiento inmediatamente anterior, produciéndose fuertes hondas en la evolución de sus variables que, después de un gran sobresalto que dura más o menos días, tienden a retomar una senda de evolución tranquila.

A cualquiera se le ocurre entonces que, en variables como éstas, el comportamiento en el momento actual responde a una expectativa generada sobre el valor de cambio producido en el momento precedente; es decir, a un valor esperado condicionado por la varianza del período anterior.

En la teoría clásica de series temporales (metodología de Box-Jenkins), el desarrollo estadístico se realiza a partir de un proceso estocástico estacionario, en media, varianza, función de auto correlación.

En torno a la confirmación de la ausencia de tendencia (determinista o aleatoria), hay un nutrido conjunto de teorías y desarrollos matemáticos centrados en la diferenciabilidad de la serie temporal y en la existencia o no de raíces unitarias a partir de los conocidos test de Dickey y Fuller, de Mackinon o de Phillips y Perron, por citar algunos. Sin embargo, el estudio de la componente de varianza constante es un fenómeno menos extendido y, no tener en cuenta una posible no constancia de este componente, puede suponer diversos problemas estadísticos cuando se estiman modelos econométricos (problemas ligados con la eficiencia de los parámetros estimados y su fuerte volatilidad ante el amplio intervalo de confianza en el que se mueven).

Determinar un patrón de comportamiento estadístico para la varianza es el cometido de los modelos Auto regresivos condicionales heterocedásticos: ARCH. Engle (1982) es el autor de una primera aproximación a la varianza condicional del tipo que describiremos más adelante. Después de estos hay una amplia familia de sofîsticaciones del modelo inicial que darán nombre a los modelos GARCH, IGARCH, EARCH, TARCH, SWARCH, QS-ARCH, APARCH, FACTOR-ARCH.

En el siguiente cuadro, se presenta el desarrollo temporal de la familia de los modelos ARCH Y GARCH, así como también a sus autores correspondientes.

Principales especificaciones de la “familia arch” a lo largo del tiempo

Año	**Nombre**	**Autor-es**	**Especificación de la varianza**	**Aportación principal**
1982	ARCH	Engle	$h_t = \alpha_0+\alpha_1\mathcal{E}^2_{t-1}$	Primera especificación y desarrollo
1983	Modelos ARCH Multivar	Kraft y Engle [xii]	$H_t = \alpha_0+\alpha_1\mathcal{E}^2_{t-1} + \alpha_2 H_{t-1}$ $\mathcal{E}_t = y_1 + xb$	Incorporación de más variables explicativas y desarrollo de los modelos aplicando la matriz de varianzas-covarianzas (H_t)
1986	ARCH-M	Engle Lilien y Robins [xiii]	$h_t = \alpha_0+\alpha_1\mathcal{E}^2_{t-1}$	Modelo ARCH incorporando la desviación típica heterocedástica modelizada como explicativa
1986	GARCH y GARCH en Media	Bollerslev	$h_t = \alpha_0+\alpha_1\mathcal{E}^2_{t-1}+\alpha_2 h_{t-1}$	Método generalizado sin restricciones para la estimación de los parámetros ARCH con infinitos retardos
1986	LGARCH	Bollerslev y Taylor [XIV]	$h_t = \alpha_0+\alpha_1 h_{t-1}+\alpha_2 h_{t-1}\mathcal{E}^2_{t-1}$	Linealización del modelo GARCH-M
1986	MGARCH	Geweke [XV] y Pantula	$\ln(h_t)= \alpha_0+\alpha_1\ln(\mathcal{E}^2_{t-1})+\alpha_2\ln(h_{t-1})$	Especificación de la varianza multiplicativa (linealizada con logaritmos)
1986	IGARCH	Eagle y Bollerslev [XVI]	$h_t = \alpha\mathcal{E}^2_{t-1} + (1-\alpha)h_{t-1}$	Persistencia en varianza condicional heterocedástica. Modelos integrados en varianza
1989	EGARCH	NELSON[XVII]	$\log(h_t)= \alpha_0+\beta_1\log(h_{t-1})$ $+y\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}+\alpha\left[\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}-\sqrt{2\pi}\right]$	Modelos ARCH para proceros no normales (funciones de densidad exponenciales). Carácter asimétrico de la respuesta a shocks positivos o negativos
1989	TS GARCH	Schwert [xviii]	$\sqrt{h_t} = \alpha_0+\alpha_1\sqrt{h_{t-1}}+\alpha_2\sqrt{h_{t-1}}\left\|\varepsilon^2_{t-1}\right\|$	Corrección de efectos asimétricos en las variaciones al alza y a la baja
1990	AGARCH NGARCH	Engle y Ng [xix]	$h_t = \alpha_0+\alpha_1 h_{t-1}+\alpha_2 h_{t-1}(\varepsilon_{t-1}-c)^2$	Contraste y solución de auto-correlación entre la perturbación aleatoria y su varianza
1990	FACTOR ARCH	Engle, Ng y Rothschild [xx]	$H_t = \sum \beta_k\,\beta_t\lambda_{tk}+\Omega$	Empleo de la covarianza entre varias series temporales como explicativa de la varianza condicional heterocedástica
1992	T-GARCH	Gouricroux [xxi] Zakonian (1994) [xxii]	$\sqrt{h_t}=\alpha_0+\alpha_1\sqrt{h_{t-1}}+\alpha_2\sqrt{h_{t-1}}\left\|\varepsilon^2_{t-1}\right\|+$ $\ldots\alpha_n\sqrt{h_{t-1}}\;max(0_1\;\varepsilon_{t-1})^2$	Modelo dinámicos donde media y varianza condicionales son funciones stepwise endógenas
1993	GIR - GARCH	Glosten y otros [xxiii]	$h_t=\alpha_0+\alpha_1h_{t-1}+\alpha_2h_{t-1}\varepsilon^2_{t-1}+\alpha h_{t-1}$ $max(0_1\;\varepsilon_{t-1})^2$	Diferenciación del parámetro en subida y en bajada
1993	V. GARCH	Engle y Ng [xxiv]	$h_t=\alpha_0+\alpha_1h_{t-1}+\alpha_2(\varepsilon_{t-1}/\sqrt{h_{t-1}}+c)^2$	Similar al NGARCH, con una variación mayor en los parámetros asimétricos.
1993	A.PARCH	Ding y otros [xxv]	$h_t^2=\alpha_0+\sum_{t=1}^{p}\alpha_t(\|\varepsilon_{t-1}\|-8_{t-1})^2+\sum\beta_t h^2_{t-1}$	Se propone modelizar un valor potencial de la desviación típica que atienda al máximo de la función de autocorrelación del valor absoluto del proceso.

En el ártículo seminal de los modelos ARCH, Engle cita tres situaciones que motivan y justifican la modelización de la heterocedasticidad condicional Auto regresiva (nombre por él mismo dado) Estas serían las siguientes:

1. La experiencia empírica nos lleva a contrastar períodos de amplia varianza de error seguidos de otros de varianza más pequeña. Es decir, el valor de la dispersión del error respecto a su media cambia en el pasado, por lo que es lógico pensar que un modelo que atienda en la predicción a los valores de dicha varianza en el pasado servirá para realizar estimaciones más precisas.
2. En segundo lugar, Engle expone la validez de estos modelos para determinar los criterios de mantenimiento o venta de activos financieros. Los agentes económicos deciden esta cuestión en función de la información proveniente del pasado respecto al valor medio de su rentabilidad y la volatilidad que ésta ha tenido. Con los modelos ARCH se tendrían en cuenta estas dos condicionantes.
3. El modelo de regresión ARCH puede ser una aproximación a un sistema más complejo en el que no hubiera factores de innovación tales con heterocedasticidad condicional. Los modelos estructurales admiten, en multitud de ocasiones, una especificación tipo ARCH infinito que determina con parámetros cambiantes, lo que hace a este tipo de modelos capaces de contrastar la hipótesis de permanencia estructural que supone una de las hipótesis de partida y condición necesaria para la validez del modelo econométrico tradicional..

En definitiva, la clave de estos modelos está en considerar la información pasada de la variable y su volatilidad observada como factor altamente explicativo de su comportamiento presente y, por extensión lógica, de su futuro predecible. Estadísticamente, esta conclusión se refleja en tener en cuenta la esperanza condicional (conocida y fija la información hasta el momento inmediatamente anterior) del cuadrado de una variable (la expresión de su varianza si su media es nula)

A diferencia de los modelos estadísticos clásicos con varianza homoscedástica como los gaussianos para los que la incertidumbre es siempre estática, estos modelos de varianza heteroscedástica lo que hacen es definir un modo operacional de "incertidumbre dinámica" en la forma de ráfagas de volatilidad que barren de forma recurrente el balance de opinión reinante en los mercados sobre las expectativas de rentabilidad futura.

Referencias

Anderson, O. D (1978) Time series. Análisys and Forescasting (the Box Jenkins aproch) ; John Wiley & Son; London.
Box. G.E. P Jenkins. G. M. (1970) Time Series Análisys. Forecasting and Control; Holden -Day; San Francisco
Davis M.H.A. (1977); Linear Eslimalion and Siocaslic Control; John Wiley & Son; London
Guerrero Víctor M. (1991); Análisis Estadístico de Series de Tiempo Económicas: Universidad Autónoma; Metropolitana; México
Hamilton J (1991) : Time Series Análisis: Princenton University Press
Novales A. (1992); Econometria. Mc.Graw Hill.
Harvey A.C. (1981); Time Series Models; Philip Allan Publishers Limited; London
Kendall M G., M. A. Sc. D., F.B.A. (1973); Time Series; Charle Griffin 6 Company Limited; London
Narayan Bhat U. (1984) ; Elements of Appied Stochastic Prossec, John Wiley & Son; Cañada
Pulido San Román Antonio (1989); Predicción Económica y Empresarial; Pirámide; Madrid

ESTADISTICA AL GUSTO DE CUALQUIERA

- *Cientos de niños mueren de hambre mientras transcurre una clase de matemáticas. Estudia filosofía.*
- *La gente que usa UNIX vive mas que la gente que no lo usa (entre otras cosas, suelen tener ya bastantes años y vivir en países desarrollados)*
- *Existe una fuerte correlación entre el tener los pies grandes y el saber multiplicar (por lo menos si tu muestra incluye niños y personas mayores)*
- *El consumo de helados y el numero de personas que mueren ahogadas están relacionados (cuando hace frió, la gente ni toma helados ni se baña), por lo tanto, en las piscinas deberían estar prohibidos vender helados.*